

Hőmérsekleti sugárzás

MH II.

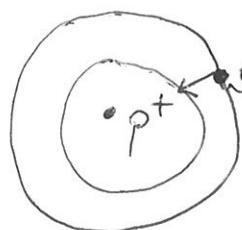
1. ea.

2018. 02. 08.

Mindennapos tapasztalatok

- fénnyel megruházott test felmelegszik
pl.: a Nap fénye melegíti a Földet
- felizzített test világít
pl.: hegessetei során izzók fén, olvadék
- ez igaz minden testre, amely [abszolút hőm-e]
nagyobb, mint nulla!
- ⇒ azaz \forall test [elektromágneses sugárzást]
bocsát ki és nyel el!

Legegyszerűbb fizikai háttér:



H-atom Bohr-féle atommodellje

- ismert, hogy az e^- csak diszkrétt energianívójú pályákon kerülhet a p^+ körül
- a gerjesztett állapotból (favolábbi pálya)
alapállapotba igyekezik kerülni
- ezt meg is teszi \Rightarrow az energia többletét egy foton kisugárzásával adja le.

⇒ [A foton az elektromágneses sugárzás elemi részecskéje!]

→ a foton jellemzői:

→ tömeg: $m=0$

→ energia: $E = h\nu = \hbar\omega$

h - Planck-áll.

ν → foton frek.

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

ω → foton körfrek.

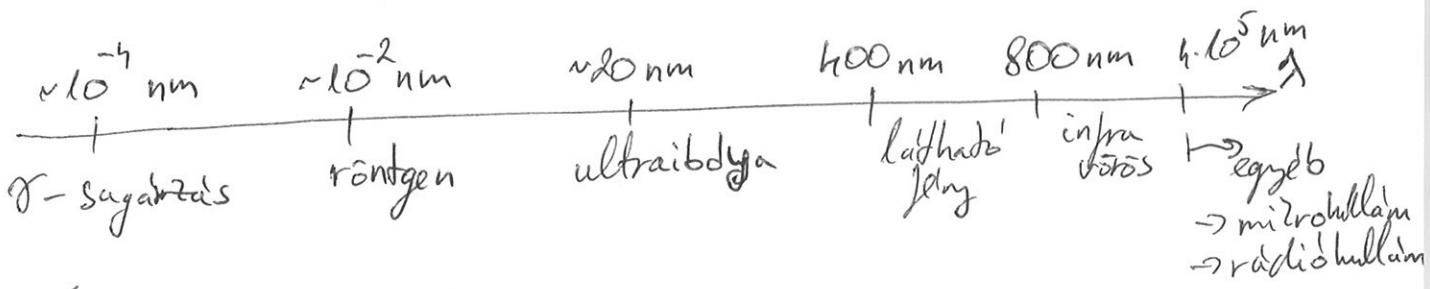
$$\rightarrow \text{impulzus: } p = \frac{h}{\lambda}$$

λ → foton hullámhossza

⇒ makroszkopikus testeknél hasonlóan vannak alap e's gerjesztett állapotok ⇒ fotonokat sugárznak!

⇒ [enne makroszkopikus jelenséget nevezik]
hőmérseleti sugárzásnak

→ Elektromágneses sugárzás jellemző tartományai



$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad \rightarrow \text{vákuumbeli fénysebesség}$$

→ hőközlesben jelentős tartomány: $\lambda = 0,5 \div 100 \mu\text{m}$

→ Alapjogalmak

→ egy test által emittált/kibocsátott energiáram

$$Q \text{ [W]}$$

$$(1) \Rightarrow dQ = q dA \quad \rightarrow \text{elemi felületen}$$

↑
sugárzás felületi energiasűrűsége $[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}]$

⇒ Intenzitás: adott energiáram egységű felületre
 E_A egységű hullámhosszra eső része

$$E_\lambda \left[\frac{W}{m^2 \cdot m} \right], \quad d\dot{q} = E_\lambda d\lambda \quad (2)$$

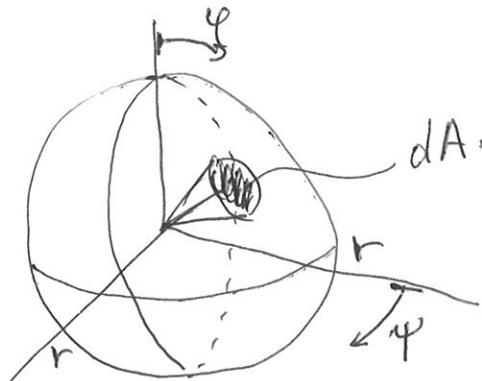
$$(1) - (2) \Rightarrow \dot{Q} = \int_A \dot{q} dA = \iint_{A \cap O} E_\lambda d\lambda dA$$

a teljes hullámhoz tartományon (spektrum)
kibocsátott energiaáról

→ Intenzitásjelentése: a test felület eleméről a teljes felfelé kisugárzott energia

→ felület

→ Térstöög [sr]: adott nyílás szögű körök mennyora felületet metsz ki az egységsugárú gömb felüleinélből



$$dA = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

⇒ a gömb felüleine:

$$\begin{aligned} A &= \int dA = \iint_{S(\text{sphere})} r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \\ &= 2\pi r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{a teljes térfelülete } (r=1) &\Rightarrow \Omega = 4\pi \\ \text{a teljes felület területe} &\quad \Omega = 4\pi \end{aligned}$$

⇒ Egységesi felülről vonatkozó intenzitás: $E_{\lambda, \Omega}$
(adott irányból érkező energia)

$$\text{ezzel } dE_\lambda = E_{\lambda, \Omega} \cos \theta d\Omega \quad (\text{Lambert-törvénnyel})$$

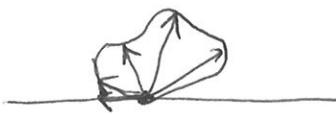
⇒ a teljes felületre kisugárzott energia

$$E_\lambda = \int_{HS} E_{\lambda, \Omega} \cos \theta d\Omega = \iint_{O \cap O} E_{\lambda, \Omega} \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi$$

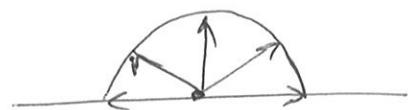
→ ha $E_{\lambda,2}$ nagysága független az íránytól: diffúz sug.

$$E_{\lambda} = E_{\lambda,2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin\varphi \cos\varphi d\varphi d\psi = \pi E_{\lambda,2}$$

írányfüggő: $E_{\lambda,r} = E_{\lambda,r}(\varphi, \psi)$



diffúz: $E_{\lambda,r} = \text{const.} (\varphi, \psi)$



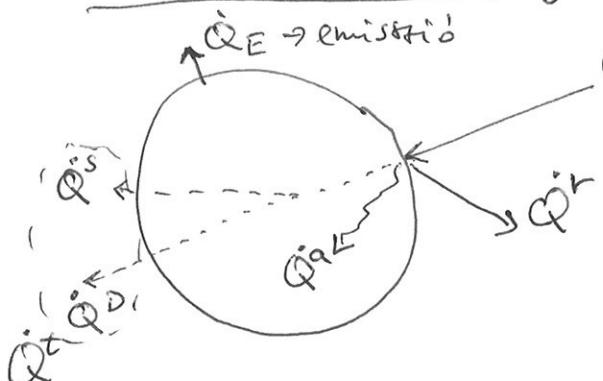
pl.: Telihold

→ egzen letesén megvillágított korongnak határoz, pedig a stelle felé haladva a sugarazás nem közvetlen felénél haladhat! \Rightarrow gyengebbnek kellene látni!

\Rightarrow azonban a stelle felé haladva naggabb felületről érkezik a sugarazás, ez kompenzázza a gyengebb intenzitást

[Innenből & val termikus
egyensúlyra!]

Kölcönhatás anyag és sugarazás között



$\dot{Q}^i \rightarrow$ beérkező sug.

$\dot{Q}^r \rightarrow$ visszaverett
(reflexió)

$\dot{Q}^a \rightarrow$ elnyelt (absorbeált)

$\dot{Q}^t \rightarrow$ transzmissió = teljes after.

$$\dot{Q}^t = \dot{Q}^D + \dot{Q}^s$$

\downarrow
direktel
after.

Ezek alapján a test sugarazási jellemzői

hullámhosszra
és írányra vonatkoztatva

a teljes jellterből
érkező intenzitásra
vonatkoztatva

jellemző
fajlagosan von

absorpció + teljes	$d_{\lambda,2} = \frac{E_{\lambda,2}^a}{E_{\lambda,2}^i}$
--------------------	-----------------------------------------------------------

$$d_{\lambda} = \frac{E_{\lambda}^a}{E_{\lambda}^i}$$

$$d = \frac{\dot{q}^a}{\dot{q}^i}$$

reflexio + teljes	$\rho_{\lambda,2} = \frac{E_{\lambda,2}^r}{E_{\lambda,2}^i}$
-------------------	--------------------------------------------------------------

$$\rho_{\lambda} = E_{\lambda}^r / E_{\lambda}^i$$

$$\rho = \dot{q}^r / \dot{q}^i$$

transzmissió +	S
----------------	-----

$$S_a = E_{\lambda}^a / E_{\lambda}^i$$

$$S = \dot{q}^a / \dot{q}^i$$

jelölés megj.: \rightarrow sebha $\lambda, g, S \rightarrow a, r, d$

vagy $S \rightarrow Y \rightarrow T$

Energia megtartása: $\dot{Q}^i = \dot{Q}^a + \dot{Q}^r + \dot{Q}^t$

jelölére
javítva

$$\dot{q}^i = \dot{q}^a + \dot{q}^r + \dot{q}^t$$

$$/ \cdot \frac{1}{\dot{q}^i}$$

$$I = \lambda + g + S$$

\rightarrow a műszaki gyakorlatban sok test általában $(S=0)$

\Rightarrow Kirchhoff-tv.: a testeknek adott irányú és hullámhosszúra vonatkozó absorbanciás és emissziós tényezője meggyezik:

$$E_\lambda = d_\lambda, E = d$$

v. jelzetű fel

\Rightarrow Speciális esetek:

a, felcete test: - λ -nél elektromagneses hullámot teljesen elnyel és a legjobb sugarzó

pl: felülnél közeli üreg, frissen egész

$$d = E = 1, g = S = 0$$

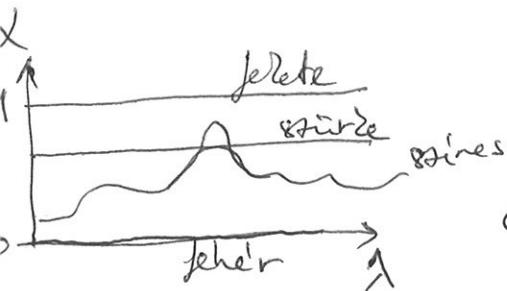
- idealizált, valóságban nem létezik, de közelíthető



\Rightarrow Az emissziós tényező segítségével ehhez viszonyítjuk a többi testet \Rightarrow jelzetű fel.

b, fehér test: λ -nél sugarzást teljesen viszonylag nem emittál

$$d = E = 0, g = 1, S = 0$$



c, stärke test: a rátésszám λ -tól független hagyadalt nyeli el

$$d = E < 1$$

d, színes test: λ -tól függő $d(\lambda) = E(\lambda) < 1$

e, átlátszó (transzparenst) test: A λ -on attengedi a teljes rövidségű sugarzást

$$\lambda = \varepsilon_1 = g = 0, S = 1$$

Planck-tr: a felete test egységesített szögére vonatkozó eredményt sugarzású intenzitását írja le

λ és T fü-ben!

felete test

$$E_{\lambda, R}^{\circ} = \frac{1}{\lambda^5} \cdot \frac{2 h c^2}{e^{\frac{hc}{kT}} - 1} \quad \left[\frac{W}{m^3 sr} \right]$$

ahol $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ → valószínűleg jön sebeség

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]} \rightarrow \text{Planck-állandó}$$

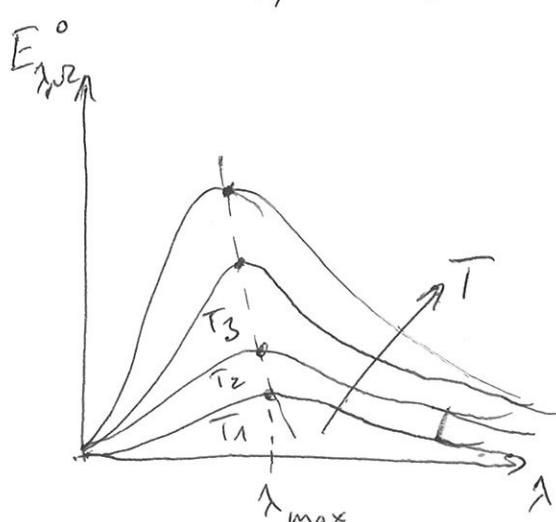
$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ [J/K]} \rightarrow \text{Boltzmann-állandó}$$

$\lambda \rightarrow$ hullám hossz [m]

$T \rightarrow$ abszolút hőm [K]

Megj.: → Planck előző empirikus úton vezette fel
 → majd az atomokat → frekvencián vagy oszcillátoronál modellezve, melyen $E = h\nu$ közvetlen energiával van kötött
 jel, jutott el ugyanide
 → 1918-ban a kvantumelmélet fejlődésére gyakorolt hatásáról Nobel-díjjal kapott

Tehát: $E_{\lambda, R}^{\circ} = E_{\lambda, R}^{\circ}(\lambda, T)$, de nem figyelembe véve színköröket → differenciálható sugarzásra!



→ max. intenzitású helyek

T függése: Wien I. fü-e
 $\lambda_{max} \cdot T = 2897,8 \mu m K$

→ Wien II. fü-e (inkább csak történetileg)

$$E_{\lambda, R, max}^{\circ} \sim T^5$$

Stefan - Boltzmann - törvény: adott hőműű felület test
teljes hullámhossz tartományra vonatkozó
felületi energia súrúségeit adja meg:

$$\dot{q} = \iint_{HS}^{\infty} E_{\lambda, r}^{\circ} \cos \varphi d\Omega d\lambda = \int_0^{\infty} \pi E_{\lambda, r}^{\circ} d\lambda = \frac{2k^4 \pi^5}{15 c^2 h^3} T^4 = G_0 T^4$$

diffüz sug.

$$G_0 = S - B \text{ alk.}$$

$$G_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Megj.: pl: Nap felületi hőmére: $T = 5800 K$

$$\Rightarrow (\text{Wien I.}) \lambda_{\max} = 500 \text{ nm}$$

\Rightarrow leitható fénycsillapítás tartománya

$$\rightarrow \dot{q} \approx 73 \frac{MW}{m^2}$$

Föld, felületi hőmére: $T = 300 K \Rightarrow \lambda_{\max} = 10 \mu m$

\rightarrow infravörös tartomány

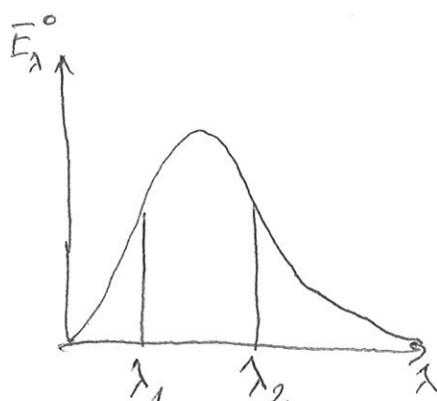
$$\rightarrow \dot{q} \approx 480 \frac{W}{m^2}$$

\rightarrow a kibocsátott sugárzás nagy részét elnyelik
 a légköri gázok

$\rightarrow T^4$ nagyon erős függés! \Rightarrow pontosan kell számolni!

\rightarrow a segédbet a Planck törvényt és az ebből származó
 köpletet nem az egységnyi területre vonatkoztatott
 intenzitással, hanem a teljes felület intenzitással
 adja meg: $E_{\lambda}^{\circ} = \pi E_{\lambda, r}^{\circ}$

\rightarrow Mi van akkor ha nem a teljes tartományra számolunk?



$$\dot{q}_{\lambda_1 - \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda}^{\circ} d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda, r}^{\circ} d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda}^{\circ} d\lambda$$

\rightarrow az integrálás bonyolult

\Rightarrow helyette: ismerjük fel, hogy

$$\dot{q}_{0 - \lambda_1} = \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda}^{\circ} d\lambda = C \dot{q} = C G_0 T^4$$

C-szám a teljesen!

7

\Rightarrow ahol a igazaból ezz "hömörségetől függő" $\nu.$:
 $f_\lambda(T)$, abszolút jelete test sugárzású μ -re
 $\Rightarrow f_\lambda(T) = \frac{\int_0^\lambda E_\lambda^\circ d\lambda}{G_0 T^4}$ \Rightarrow megmutatja, hogy a $0-\lambda$ tartományban a teljes tartomány hagyad része sugárzódik ki

$$0 \leq f_\lambda \leq 1$$

\Rightarrow Ezzel

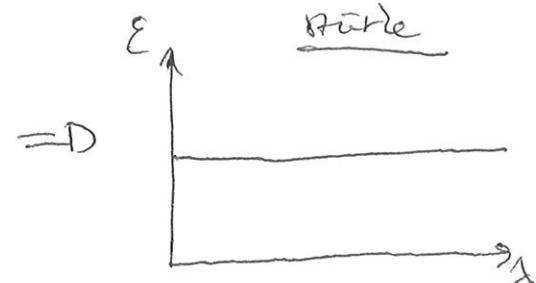
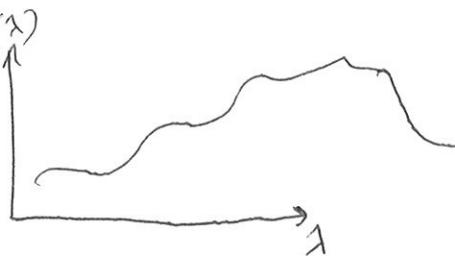
$$\frac{\dot{q}}{G_0 T^4} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_\lambda^\circ d\lambda}{G_0 T^4} - \frac{\int_0^{\lambda_1} E_\lambda^\circ d\lambda}{G_0 T^4}$$

$f_{\lambda_1-\lambda_2} = f_{\lambda_2} - f_{\lambda_1}$ amely f_λ értékeit a ΔT storzat alapján tablázatból határozhatjuk meg.

~~Hömörségek~~ \Rightarrow Hogyan számolunk színes testtel? \Rightarrow Átlagoljunk!

\Rightarrow Hogyan számolunk szürke sugárzóval való helyettesítés.
 \Rightarrow Egyenértékű szürke sugárzóval való helyettesítés.

a színes test: $E(\lambda)$



\Rightarrow eggyeneráltság: a kisugárzott felületi teljesítményet eggyezzene meg!

$$\dot{q} = \underbrace{\int_0^\infty E_\lambda^\circ(\lambda) \cdot E_\lambda(\lambda) d\lambda}_{\text{színes test}} \stackrel{!}{=} \underbrace{\int_0^\infty E_\lambda^\circ(\lambda) \bar{E} d\lambda}_{\text{eggyeneráltság szürke test}} = \bar{E} G_0 T^4$$

$$\bar{E}(T) = \frac{\int_0^\infty E_\lambda^\circ(\lambda) E(\lambda) d\lambda}{G_0 T^4}$$

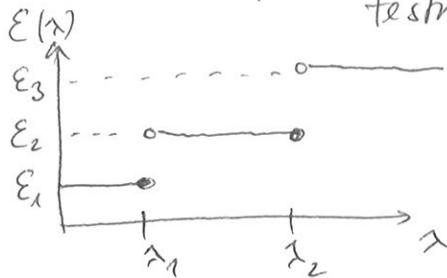
\Rightarrow "hömörségetől függő"!

\Rightarrow feltételezi $E(\lambda)$ ismeretét!

\Rightarrow Leggyakoribb példa, statikusnaként koast. jv. (stábes
testre)

$$E_\lambda(\lambda) = \begin{cases} E_1 & \lambda_a \\ E_2 & \lambda_1 < \lambda \leq \lambda_2 \\ E_3 & \lambda_2 < \lambda < \infty \end{cases}$$

$$\boxed{\bar{E}(T) = \frac{\int_0^\infty E_\lambda^o(\lambda) E_\lambda(\lambda) d\lambda}{G_0 T^4}}$$



$$= \frac{1}{G_0 T^4} \left[\int_0^{\lambda_1} E_\lambda^o(\lambda) E_1 d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_\lambda^o(\lambda) E_2 d\lambda + \int_{\lambda_2}^{\infty} E_\lambda^o(\lambda) E_3 d\lambda \right] = \overline{E}_{1,2,3} \text{ konst. !}$$

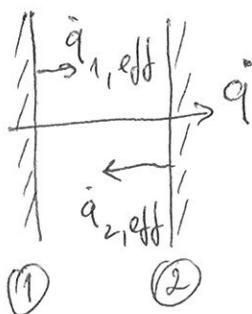
$$= \underbrace{E_1}_{f_{0-\lambda_1}} \underbrace{\frac{\int_0^{\lambda_1} E_\lambda^o(\lambda) d\lambda}{G_0 T^4}}_{+ \dots} + \dots = \frac{E_1 f_{0-\lambda_1} + E_2 f_{\lambda_1-\lambda_2} + E_3 f_{\lambda_2-\infty}}{(f_{\lambda_2} - f_{\lambda_1})}$$

Sugárzásos hőáram számítása egyetemi eseterben

\rightarrow körülöndíszes: felületi sugárzások

\rightarrow görög/folyadék: terffogati sugárzás, alkotlábán nem
folytonos a spektrumuk

I. ∞ kiterjedésű, II. sík közötti hőáram



ismert: T_1, T_2, E_1, E_2

új fogalom: effektív (láthatólagos) sugárzás

\rightarrow az egyik test felé a másik
test felett sugárzott összesen,
azaz az emittált és a
visszaverett összeg.

emittált

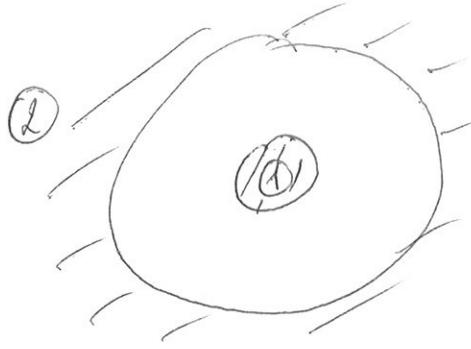
$$\begin{aligned} \dot{q}_{1,\text{eff}} &= \dot{q}_1^e + g_1 \dot{q}_{2,\text{eff}} \\ \dot{q}_{2,\text{eff}} &= \dot{q}_2^e + g_2 \dot{q}_{1,\text{eff}} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{q} = \dot{q}_{1,\text{eff}} - \dot{q}_{2,\text{eff}} = \text{a körzeti} \\ \text{hőáramszállítás} \end{array} \right.$$

$$\dot{q}_1^e = E_1 G_0 T_1^4 \quad \dot{q}_2^e = E_2 G_0 T_2^4$$

$$E_{12} = \frac{G_0 E_1 (T_1^4 - T_2^4)}{E_1 + E_2 - E_1 E_2} = \frac{1}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - 1}$$

$$g_1 = 1 - \lambda_1$$

2. Egymást bürököző felületek közötti hőátvam



ismert: $T_1, T_2, \epsilon_1, \epsilon_2, A_1, A_2$
 $A_1 \neq A_2$!

$$\Rightarrow \dot{Q}_{1,\text{eff}} = A_1 \dot{q}_1^e + c \dot{Q}_{2,\text{eff}}$$

$$\dot{Q}_{2,\text{eff}} = A_2 \dot{q}_2^e + \rho_2 \dot{Q}_{1,\text{eff}}$$

$c \neq \rho_2$! \Rightarrow mivel $A_1 \neq A_2$
 \Rightarrow csal bitoyos részt
 myel el v. ver viszta

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{1,\text{eff}} - \dot{Q}_{2,\text{eff}} = \dots$$

$$\dots = A_1 G_0 \epsilon_{12} (T_1^4 - T_2^4)$$

valamint

$c = 1 - L_1 \frac{A_1}{A_2} \rightarrow$ a felületkör arányánál megfelelő hányadot tud csak elnyelni

$$\Rightarrow \epsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)}$$

3. Általános helyzetű felületek közötti hőátvam

\rightarrow hosszú levezetés...

$$\dot{Q} = \varphi_{12} A_1 G_0 \epsilon_1 \epsilon_2 (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\varphi_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \iint_{A_1 A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dA_1 dA_2$$

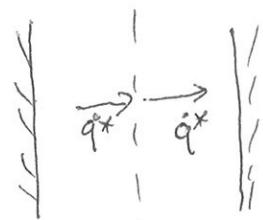
- "felrőlgarapás"
- view-factor
- besugárzás "teljes"

\rightarrow az egész festőről érleső sug. hányad része esik a másik festőre

\Rightarrow segéddet!

$$A_1 \varphi_{12} = A_2 \varphi_{21}$$

Hőáram csökkenése árnyelővel



① ernyő ②

→ az ernyő termikus egységekben van,
két oldalán a hőáram meggyorsít

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad T_1^u - T_e^u = \frac{\dot{q}^*}{\varepsilon_{1e} G_0} \\ (2) \quad T_e^u - T_2^u = \frac{\dot{q}^*}{\varepsilon_{2e} G_0} \end{array} \right\} \quad (1) + (2) \Rightarrow T_1^u - T_2^u = \frac{\dot{q}^*}{G_0} \underbrace{\left(\frac{1}{\varepsilon_{1e}} + \frac{1}{\varepsilon_{2e}} \right)}_{= \frac{1}{\varepsilon_{12}^*}}$$

$$\varepsilon_{12}^* = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{2}{\varepsilon_0} - 2}, \text{ 1 db ernyőre}$$

$$\varepsilon_{12,n}^* = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{2n}{\varepsilon_0} - (n+1)}$$

n db azonos jellegű ernyőre

Motiváció a termodinamikához: egységes elmellelt
halter!

Modellezési lehetségek

helyfüggés

		van	nincs
időfüggés	van	1	3
	nincs	2	4

1. Termosztatika : \rightarrow "kvazistatisz" folyamatok

\rightarrow sem ter, sem időfüggés

\rightarrow pl: ideális gáz állapotváltozásai

2. Időbeli (Közönséges) termodinamika:

\rightarrow közönséges = közönséges diff. egyenletek

\rightarrow pont mechanikai analógia

\rightarrow koncentrált parameterek leírása

\Rightarrow nincs teljesség, csak később transziens hővez.

3. Allandósult állapotú kontinuum:

\rightarrow a h-es speciális esete

4. Kontinuum termodinamika : \rightarrow van idő és helyfüggés!

\rightarrow 1. + 2. \rightarrow MHI. -ben!

3. + 4. \rightarrow MHII., ennek a részleteinek a megirésze a cell!

1. lépés : termodinamika jötételei: a, közönséges termo
b, kontinuum termo

2. lépés: ezek alkalmazása

Termodinamika fülfelélei

0. Jötfelélel: \rightarrow termodinamikai rendszerek közötti kapcsolat

\rightarrow Közönseges termo: makroszkopikus testek között

\rightarrow Kontinuum termo: anyagi pontok között

\rightarrow ha Ikt termodin. rész. egységben van egy 3.-al, amikor egymással is egységben vannak

\rightarrow Egyensúly: intenzív állapotjelzők egysége (pl.: n_{atom} , h°m)

I. Jötfelélel: \rightarrow belső energia mérlege

a) Közönseges termo:

\rightarrow egy test állapotát

jellemzi: 1, belső energia: E

2, térfogat: V

3, tömege: M

ráták

Megvaltoztásának

leírásához meg kell adni:

$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{a testek } \underline{\text{időegység alatt}} \\ \text{adott hőt: } \dot{Q}(E, V, M) \end{array} \right.$

$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{a testen } \underline{\text{időegység alatt}} \\ \text{végzett munka: } \dot{W}(E, V, M) \end{array} \right.$

$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{az } \underline{\text{időegység alatt}} \\ \text{anyag mennyiségi jel állított} \\ \text{energiát: } \dot{L}(E, V, M) \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \dot{Q}(E, V, M) + \dot{W}(E, V, M) + \dot{L}(E, V, M)$$

\rightarrow a teljes leíráshoz és megoldhatósághoz

kell még: $\frac{dV}{dt}$ és $\frac{dM}{dt}$ is!

\rightarrow anyag egynél, ahány állapotjelző!

$\rightarrow \frac{dV}{d\gamma} =$ térfogat időegység alatti megnövelése

→ mechanikai rejtély

$$\frac{dV}{d\gamma} = F(E, V, M)$$

pl.: dugattyú mozgása

$$p_{\text{L}}: \dot{W} = - \underbrace{p}_{\text{vegtethető munka}} F$$

vegtethető munka

Megjegyzés: a térfogatváltozás mindig növeli a belső energiát, ahol fűzelés, ahol összetevőadás esetén

$\rightarrow \frac{dM}{d\gamma} =$ a tömeg időegység alatti megnövelése

pl.: be- és kiáramlás

kémiai reakciók

fázisállalakulás

Fontos: Q, W, L nem lehet bármilyen!

A II. függelékkel meggyőződhet a függvényeket!

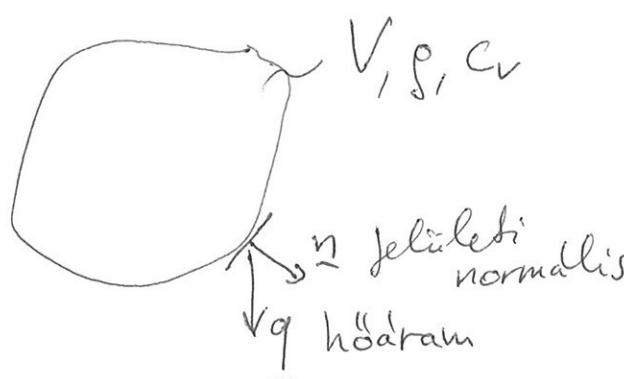
b) Kontinuum leírás:

→ tekintünk az alábbi testet:

Cél: anyagi pontra

jelírni a belső energiá mérlegét!

$g:$ tömeg sűrűségeg



$C_v:$ izochor fajhő (merre

testre igaz!)

Láramlá közegre
módosul 14,

→ ehher veressük be:

→ faylagos belső energia: $e = \frac{E}{m}$

→ a testresztő vonatkozóan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V g e \, dV = \int_A -\dot{q} \cdot \underline{n} \, dA + \int_V \dot{q}_v \, dV$$

a felületek
átfaromló hőáram

terfogati hőforrás
↳ pl: Joule-hő,
mikromellámi sűtő, környei
rézszálak,

- az ~~(14)~~ integralokat el szeretnénk hagyni: realizálás, radioaktív anyagok
- Ehhez a felületi integrált ott kell írni terjegőt: integrálá!

$$\int_A \underline{\dot{q}} \cdot \underline{n} \, dA = \int_V -\nabla \cdot \underline{\dot{q}} \, dV$$

↑ V

Gauss-Ostrogradsky tétel
(divergencia tétel)

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \int_V g e \, dV = \int_V -\nabla \cdot \vec{q} \, dV + \int_V \vec{q}_v \cdot \vec{n} \, dV$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{q} = \dot{q}_v$$

belső energia mérleg egyenlete

Megjegyzés: mérleg egyenletek szerkezete:

(Vála milyen sűrűség időderiváltja) + $\nabla \cdot$ (ennek a sűrűségnél az árama) =

= forrasstag (ha van)

$$\rightarrow \text{pl: kontinuitás: } \frac{df}{d\tau} + \rho \nabla \cdot v = 0, f: \underline{\text{tömeg sűrűség}}$$

$$\text{impulsus: } \rho \frac{dv}{d\tau} + \nabla \cdot P = \rho f, f: \text{testre ható erők}$$

$\rho v \rightarrow$ impulsus sűrűség

$P: \text{nyomás tensor} = -\underline{\underline{\sigma}}$

feszültség

= impulsus
sűrűség konduktív
árama

II. felfel

a, Hőtan I.-ból:

\rightarrow leírják S entropia, mint

az állapotjelzők függvénye: $S(E, V, M)$

$$\rightarrow \text{spontán folyamatokban } dS \geq 0, dS = \frac{dq}{T} + \underbrace{d_i S}_{\text{irreverzibilis rész}} \geq 0$$

$$1, d_i S = 0 \text{ esetén: } dS = \frac{dq}{T}, \text{ reverzibilis}$$

$$2, d_i S > 0 \text{ esetén } dS > \frac{dq}{T}, \text{ irreverzibilis}$$

b, Kiegészítés: \rightarrow leírják entropia

\rightarrow ez egy konkav potenciál Ju-e az állapotjelzőknek

Megj: potenciálsgyakorlat:

\rightarrow az állapotjelzők

az entropia deriváltjából

előállíthatók

Konkav: meglöki a deriváltból előjelet

= $\boxed{\text{Hermodynamikai stabilitás}}$

\Rightarrow termodyn. stabilitás \Leftrightarrow folyamatok irányát meghatározza

pl: a hő a melegebb helyről a hidegebb felé áramlik

\Rightarrow Matematikai megfogalmazása körülményre:

entropia produkciónak $\oint \frac{\partial S}{\partial T} + \nabla \cdot \underline{J}_S \geq 0$

\rightarrow és tudjuk, hogy zárt rendszerekben az entropia növekszik, egysűlyban maximális

$\rightarrow \underline{J}_S$: entropiadáram, $\underline{J}_S = \frac{\dot{q}}{T}$

\rightarrow az egyenlőtlenség megoldása vezet el bennünket a konstitutív egyenletekhez + képességet ad az egynitthatókra

2. lépés: Alkalmazás

1. Példa: hővezetés izotrop (irányfüggelén) meser ($p = \text{all.}$) esetére

\rightarrow ekkor $S = S(e)$, csak a belső energia függ

\rightarrow Gibbs-reláció: $T \frac{\partial S}{\partial e} = de$

$$\Rightarrow \frac{\partial S}{\partial e} = \frac{1}{T} \quad (\text{potenciálloság})$$

\rightarrow entropia produkciónak:

$$\oint \frac{\partial S}{\partial T} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \underline{J}_e \right) = \underbrace{\oint \frac{\partial S}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial T}}_{= \frac{1}{T}} + (\nabla \cdot \underline{J}_e) \frac{1}{T} + \underline{J}_e \cdot \nabla \frac{1}{T} = \\ \xrightarrow{\text{I. feltétel: } \oint \frac{\partial e}{\partial T} + \nabla \cdot \underline{J}_e = 0} \frac{1}{T} (\nabla \cdot \underline{J}_e) + \frac{1}{T} (\nabla \cdot \underline{J}_e) + \boxed{\underline{J}_e \cdot \nabla \frac{1}{T} \geq 0}$$

$$= \frac{1}{T} (\nabla \cdot \underline{J}_e) + \frac{1}{T} (\nabla \cdot \underline{J}_e) + \boxed{\underline{J}_e \cdot \nabla \frac{1}{T} \geq 0}$$

- az egyenlőtlenség megoldása:
 egy $\dot{q} = \frac{l \nabla T}{T} = -\left(\frac{l}{T^2}\right) \nabla T$
 $\lambda := \frac{l}{T^2}$
 hővezetési tényező
- ↓
 $l > 0$
 $\lambda > 0$
- az entropiaproductív pozitivitásra megköveteli!
- Fourier-tv: $\dot{q} = -\lambda \nabla T$ konstitutív egyenlet

⇒ hővezetési egyenlet: energiamérleg + konstitutív egy.

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{q} = 0 \\ \dot{q} = -\lambda \nabla T \end{cases} \quad \begin{array}{l} e = c_v T \text{ konstans } c_v \text{ esetén} \\ \rightarrow \text{forrásmentes esetben} \\ \boxed{\text{kaloriás állapotgyenlet}} \end{array}$$

→ átrendezve:

$$\boxed{\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda \nabla T) = 0}$$

Fourier-egyenlet: \rightarrow konstans λ esetén:

$$\boxed{\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T}$$

alhalmozban: $\rho = \rho(T)$
 $c_v = c_v(T)$
 $\lambda = \lambda(T)$

→ konstans ρ és c_v esetén

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T}$$

a → hőfekvési tényező

Megjegyzés: → Fourier elvából: Newton-féle lehűlési tr. differenciális analógiája
 → elvi irányból ez a legterméketesebb és legegyszerűbb is, de nem az egyetlen lehetőséges

2. Példa: hővezető viszkozus közeg anyagmodelle

→ elkkor $s = s(e, g)$, azaz $g \neq \text{allando!}$

$$\text{left}_S = \frac{1}{T} \vec{q}$$

$$\rightarrow \text{Gibbs-relationship: } d\epsilon = T ds - pdv = T ds + \frac{P}{\rho^2} d\rho$$

ahol $v = \frac{1}{p}$ fajtérjogat

$$\rightarrow \text{ign} \quad \frac{\partial S}{\partial e} = \frac{1}{T} ; \quad \frac{\partial S}{\partial p} = \frac{P}{T^2}$$

→ valamint a mérleg egyenletek:

$$\text{kontinuitäts: } \frac{\partial \varphi}{\partial x} + g \nabla \cdot \underline{v} = 0$$

$$\text{belödning}: \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{q} = - \frac{P}{\rho} : \nabla u \quad \text{I. förtidsl}$$

W : végzett munka

ahol P a nyoma's tensor.

→ valamint: $P = \sum p_i I_i$

$$\text{impulsus: } \rho \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{P} = 0$$

⇒ entropia produkcii:

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{q}} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \dot{q} \right) = \int \left(\frac{\partial S}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{1}{T} \dot{q} \right) =$$

$$= \oint \left(\frac{1}{T} \frac{\partial e}{\partial T} + \frac{q}{T^2} \frac{\partial p}{\partial T} \right) + \frac{1}{T} (\nabla \cdot \dot{q}) + \dot{q} \cdot \left(\nabla \frac{1}{T} \right) =$$

merkegek

$$= + \frac{1}{T} \left(-P : \nabla_{\underline{U}} - \cancel{R \cdot q} + P \nabla_{\underline{U}} : \underline{I} \right) + \cancel{\frac{1}{T} (R \cdot q)} + q \cdot (\nabla \frac{1}{T}) \cancel{\underline{I}}$$

$$= \boxed{-\frac{1}{T} \left(\underline{\dot{P}} - P \underline{\dot{T}} \right) : \nabla \underline{\dot{U}} + \dot{q} \cdot (\nabla \frac{1}{T}) \geq 0}$$

= \prod dinamikus részlete a nyomásfejzörőnk

→ Curie-elv: az entropia produkciónak csak azonos tensori rendű mennyiségek között definíálható arányosság!

→ Fouier-tr: $\dot{q} = -\lambda \nabla T$ (ahogy az előbb)

→ Navier-Stokes-tr:

$$\underline{\underline{\Pi}} = -\left(\frac{n}{T}\right) \nabla \underline{\underline{v}}$$

η : viskozitás!

$$\boxed{\underline{\underline{\Pi}} = -\eta \nabla \underline{\underline{v}}} \rightarrow \text{konsztitutív egyenlet!}$$

⇒ a N-S-egyenlet a II. Jötételel legnyilvánvalóbb lelegetesítési modja az áramlástanban!

+ a mérleg egyenletekre is szükség van!
↳ időbeli lejtetéshez!

Megjegyzés: $\underline{\underline{\Pi}}$ felbontható

$$\underline{\underline{\Pi}} = \underline{\underline{I}} - \frac{1}{3} \text{Tr} \underline{\underline{\Pi}} \underline{\underline{I}}$$

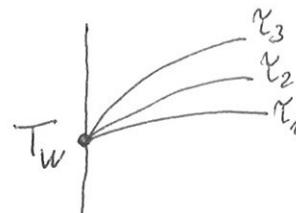
deviatorikus gömbi reakcióre
 $\Rightarrow \frac{1}{3} \text{Tr} \underline{\underline{\Pi}}$
~~terjedési~~ $\sim \nabla \cdot \underline{\underline{v}}$ -vel
 \Rightarrow nyíró hatások! \Rightarrow összetengzhető
 közegekkel
 fontos!

Kezdeti és peremfeltételek a hővezetésben

→ Kezdeti feltételek: $t=0$ -ban, minden térfelületen adott a hőmérséklet $T(t=0, x) = T_0(x)$

→ Peremfeltételek: a vizsgált tartomány szélén minden $t \geq 0$ időpillanatban adott:

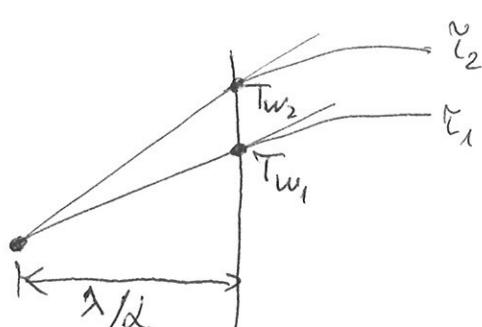
1. Hőmérséklet
(Elso "fajt")



2. Hőáram: → a Fourier-tr. esetén
(Másodfajt)
 $|\dot{q}| = -\lambda \nabla T_w$

a hőáram ~ a hőmérséklet gradiensével

$$\rightarrow \tan(\theta) = \frac{\dot{q}_w}{\lambda}$$



3. Amikor ① és ② arányosak egymással: (3ad fajt)
pl: konvektív hőátadás

Newton-fel: $\dot{q}_w = d(T_w - T_\infty) = -\lambda \nabla T_w$

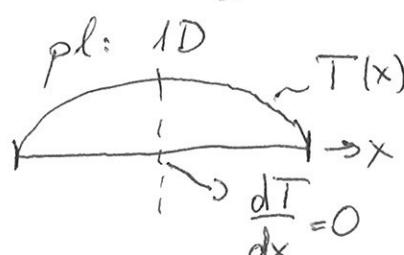
$d \Rightarrow$ hőátadási tényező

$d > 0$ II. Jötétel

T_∞ : fluidum hőm-e

Megjegyzés:

1. "Hőszimmetria": $\dot{q} = 0 = -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0}$



4. Hőszigárlás

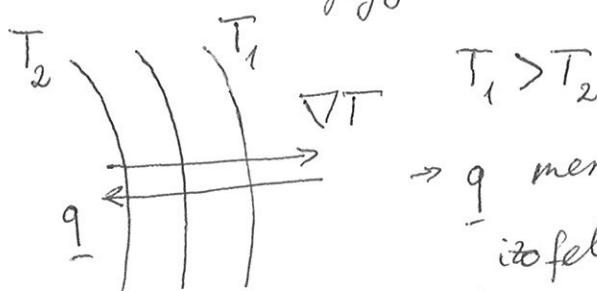
$$\dot{q} = EG (T_0^4 - T_w^4)$$

2. Henger + gömbi koordináttal esetén
 $r=0$ nem egységes, bárminyit változó esetén.
 Az $r=0$ perem határértékkel van értelmezve!

3. Adiabatikus felület: $\dot{q} = 0$

Allandó salt állapotú hőmérséklet-eloszlás, hőellenállás

- Hővezetés: → anyagfüggő terjedési mechanizmus
- fluidumban a molekulák ütközése + diffúzió
- szilárd testekben: stabál elektronik diffúzió + kristályracs rezgések
- leírására a Fourier-tv-t
 Jogiuk használni: $\dot{q} = -\lambda \nabla T$



- \dot{q} merőleges a hőmérsékletre
- izofelületeire (izotermára)
- λ meghatározása mértéssel lehetséges (erre a felirat vége nincs visszatevő)

- λ függ a hőm-től!

⇒ ezen keresztül a helytől is

→ a műszaki feladatok során λ T függése

sokszor elhanyagolható!

→ De ez nem minden teljesen meg, pl:

→ atomreaktorok üzemanyagrúdjáiban
 → nagy T különbségek alakulnak ki
 ⇒ $\lambda(T)$ fontos!

- izotrop anyagok esetén nincs irányfüggése

→ λ skálár!

→ nem izotrop (pl.: ortotrop) anyagok (pl: fa, kristály, kompozit)
esetén → egy matrix

Hőellendállás

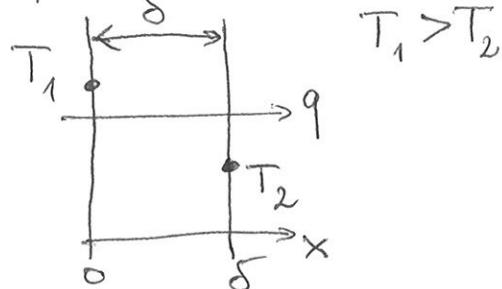
→ használjuk a Fourier-tv.:

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\dot{Q} = -\lambda A \nabla T \quad [W]$$

↳ hőáramra merőleges
kerestetet, azaz
a hővezető k.m.

→ pl: 1D, síkfel



$$\text{Ekkor } \dot{Q} = -\lambda A \frac{T_2 - T_1}{S}$$

→ átfordozás:

$$\dot{Q} \frac{S}{\lambda A} = T_1 - T_2$$

áram. ellendállás = hajhőerő
(analog: visszületésg)

$$\Rightarrow \text{azaz } R = \frac{S}{\lambda A}$$

síkfel
esetén!

→ a hőmérséklet-eloszlás meghatározására
integrálni kell a Fourier-tv-t:

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dx} \Rightarrow -\dot{Q} \frac{1}{\lambda A} dx = dT$$

⇒ integráljuk minden oldalt!

$$\int_{T_1}^T -\dot{Q} \frac{1}{\lambda A} dx = \int_{T_1}^T dT$$

konstans

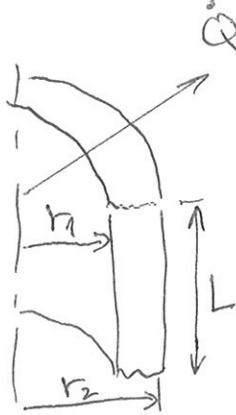
λ esetén!

$$-\frac{\dot{Q}}{\lambda A} x = T(x) - T_1 \Rightarrow$$

$$T(x) = T_1 - \frac{\dot{Q}}{\lambda A} x$$

lineáris!

Henger, 1D



$$\dot{Q} = -\lambda A(r) \frac{dT}{dr}$$

$$\text{es } T(r=r_1) = T_1$$

$$T(r=r_2) = T_2$$

$$T_1 > T_2$$

$$\Rightarrow \text{jordos: } A = A(r)$$

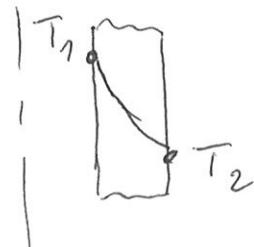
$$A(r) = 2\pi r L$$

$$\Rightarrow -\frac{\dot{Q}}{\lambda A(r)} dr = dT$$

$$\int_{r_1}^{r_2} -\frac{\dot{Q}}{\lambda A(r)} dr = \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$-\frac{\dot{Q}}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_2}{r_1} = T_2 - T_1 \Rightarrow R_{\text{henger}} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda L}$$

$$\text{e's } T(r) = T_1 - \frac{\dot{Q}}{2\pi\lambda L} \ln \left(\frac{r}{r_1} \right) \text{ logaritmico}$$



Gömb, 1D

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dr}, \text{ ahol } A = 4\pi r^2$$

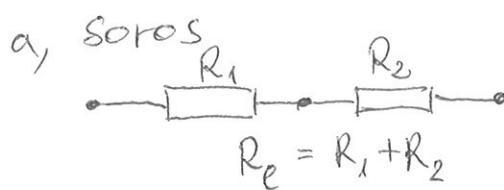
$$\int_{r_1}^{r_2} -\frac{\dot{Q}}{4\pi\lambda r^2} dr = \int_{T_1}^{T_2} dT \quad \text{es } r_2 > r_1$$

$$-\frac{\dot{Q}}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = T_2 - T_1$$

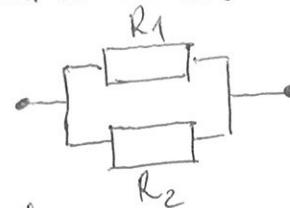
$$\Rightarrow R_{\text{gömb}} = \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{4\pi\lambda}$$

$$\text{e's } T(r) = T_1 - \frac{\dot{Q}}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) \text{ hiperbolico!}$$

Ellenállások soros / párhuzamos kapcsolása
 → teljes az elektronikai analógia



b, párhuzamos



$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

→ Hőáramhallózat: időfüggő esetben
 is tárgyalható → hőkapacitások szerepe!

→ Hőátadás hőellenállása: $\dot{Q} = \lambda A (T_w - T_\infty)$

$$\dot{Q} \left[\frac{1}{\lambda A} \right] = T_w - T_\infty$$

$\rightarrow R$

→ Kontakt hőellenállás: → érintkező felületek között
 → gyakran a felületi hibák miatt alakul ki

- hővezetés a kontaktzon keresztül
- hővezetés a részről kifelé } ezekre sem könyöklő elvi beszéleszt adni!
- anyagban
- hősugárzás (magas hőmérsékleten jelentős)

Függ: → felületi erősség

- mikrohőmélyegség } rugalmas vagy
- ellenályos erő } képlélyez kontakt
- anyag jellemzők

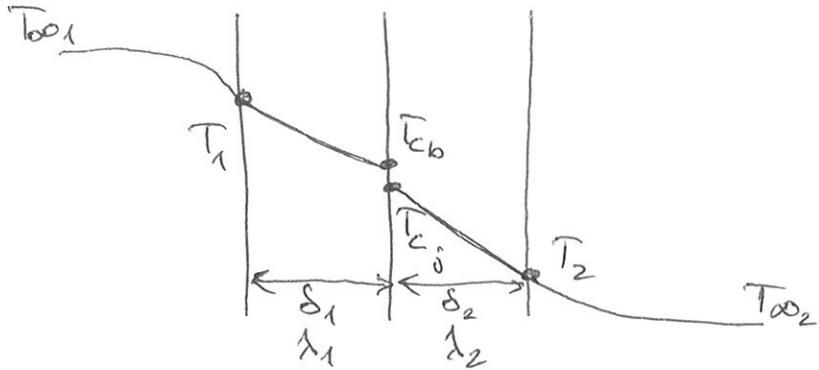
↳ érintkező + részről kifelé" anyag

$R_k = \frac{1}{h_c A}$, h_c = kontaktot jellemző "hőátadási tényező", erre leírásban beszélés → mind empirikus!

→ kísérlethileg lehet megbízható eredményt kapni!
 (lásd kézirab!)

→ oxidálódó felületen az oxidréteg vastagságát is figyelembe kell venni!

Példa:

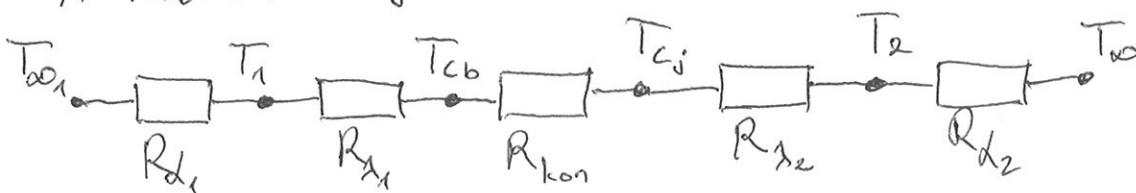


$$\text{Ekkor } \dot{Q} = UA(T_{oo_1} - T_{oo_2})$$

$$UA = \frac{1}{R_{tot}} \rightarrow \text{teljes hőellenállás}$$

$U \rightarrow$ hőátviteli tényező : egyesített módon
jellemzi a
hőátadás + hővezetés + hőátadás,

A rendszer teljes hőellenállás hallózata:



Belső hőforrás esetén az állapotokat állapot

\Rightarrow általánosan: Poisson-egyenlet: $\Delta T = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda}$

$$\text{pl: } \underline{1D + DKR} : \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \int \int \Rightarrow T(x) = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda} \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

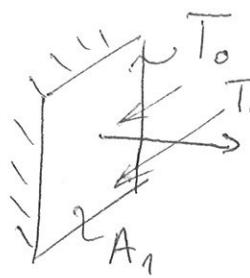
C_1, C_2 paraméterből!

$$\underline{1D + HKR} : \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda} r$$

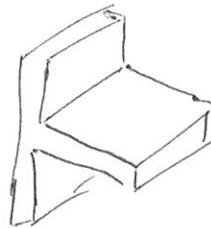
$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{dT}{dr} \right] = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda} \frac{r^2}{2} + C_1 \Rightarrow T(r) = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda} \frac{r^2}{2} + C_1 \ln r + C_2$$

Bordák hőátadása

→ hőáram leadásának fokozására gyakori példa



$$\dot{Q}_1 = \lambda A_1 (T_o - T_b) \Rightarrow$$



$$A_2 > A_1 \\ \dot{Q}_2 > \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 = ?$$

→ Feltesszük, hogy

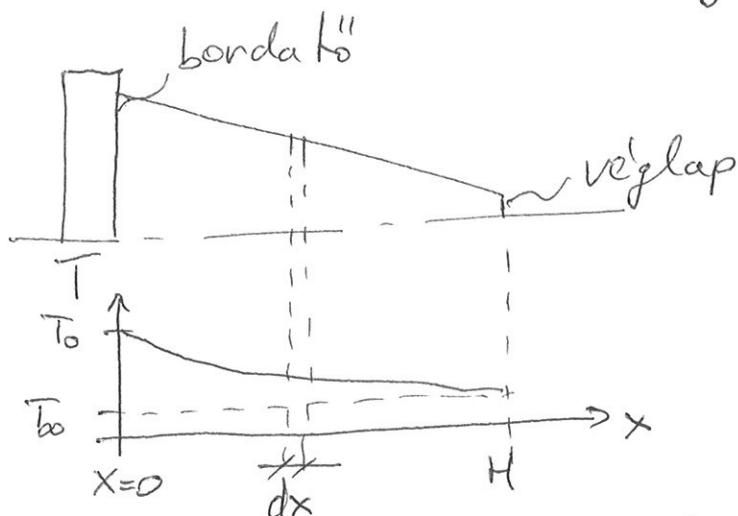
→ 1D hővezetési probléma

→ konstans anyagi paraméterek

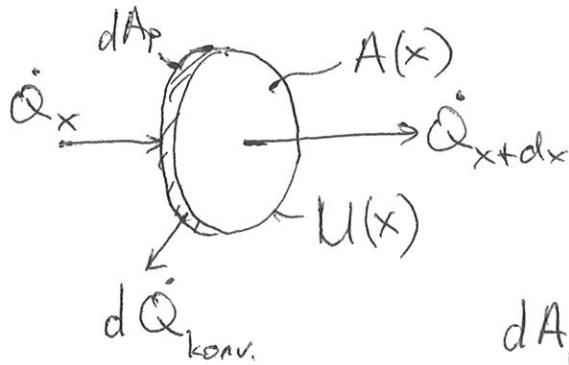
→ állandósult állapot

→ λ hőátadási tényező mindenhol azonos

→ a hőszigetelést elhanyagoljuk



A borda dx hosszúságú elemének a hőmérséklete



$$\dot{Q}_x = \dot{Q}_{x+dx} + d\dot{Q}_{konv.}$$

$$\text{Fourier-tr.: } \dot{Q}_x = -\lambda A(x) \frac{dT(x)}{dx}$$

$$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{Q}_x + \frac{d\dot{Q}_x}{dx} dx$$

$$d\dot{Q}_{konv.} = \lambda dA_p (T(x) - T_b)$$

$$d\dot{Q}_{konv.} = \lambda dA_p (T(x) - T_b)$$

→ viszta helyettesítés

$$-\lambda A(x) \frac{dT(x)}{dx} = -\lambda A(x) \frac{dT(x)}{dx} - \lambda \frac{d}{dx} \left(A(x) \frac{dT(x)}{dx} \right) dx + \underbrace{\frac{d}{dx} \frac{dA_p}{dx} (T(x) - T_{\infty})}_{U(x)}$$

$$\lambda \frac{dA(x)}{dx} \frac{dT(x)}{dx} + \lambda A(x) \frac{d^2T(x)}{dx^2} = \lambda U(x)(T(x) - T_\infty)$$

→ ez is most geometria és perspektívának
segítségeivel megoldható, azaz $T(x)$ és $Q(4)$
számlálható!

⇒ Legyen konstans a keresztvetéset!

$$\Rightarrow \frac{dA(x)}{dx} = 0 \quad \text{e's} \quad U(x) = U \quad \text{konsstans}$$

$$\Rightarrow \lambda A \frac{d^2 T(x)}{dx^2} = \lambda U(T(x) - T_\infty)$$

$$\Rightarrow T_{\text{urbba}}: \Delta T(x) > T(x) - T_\infty$$

$$\Rightarrow d(\cancel{\Delta T}(x)) = dT(x)$$

+ veressük be a bordparanthesis.

$$m = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d^2(\cancel{\Delta T}(x))}{dx^2} \rightarrow m^2 \cancel{\Delta T}(x)$$

$$\Rightarrow \boxed{AT(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}}$$

ahol C_1 + e's C_2 + peremfeltételek ből
kell meghatározni!

\Rightarrow 1. gesamtfeldelel: a bordatöben mindig a
hőmérsékletet veszük adottnak,

azaz $T(x=0) = T_0$, $\Delta T(x=0) = T_0 - T_\infty =$
 $= \Delta T_0$

→ a 2. perek felfelére 4 lehetségek

tekintünk:

A] végtelen hosszú borda

$$T(x=\infty) = T_\infty \Rightarrow \cancel{\Delta T}(x=\infty) = 0$$

B] adiabatikus véglap

$$\left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=H} = 0$$

C] Előirt véglap hőmérséklet

$$T(x=H) = T_H \Rightarrow \cancel{\Delta T}(x=H) = T_H - T_\infty = \cancel{\Delta T}_H \neq 0$$

D] Hőátadás a véglegpon

$$- \lambda A \left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=H} = dA \cancel{\Delta T}(x=H)$$

→ Nézzük az A esetet:

$$1. \cancel{\Delta T}(x=0) = \cancel{\Delta T}_0$$

$$C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} = \cancel{\Delta T}_0$$

$$C_1 + C_2 = \cancel{\Delta T}_0$$

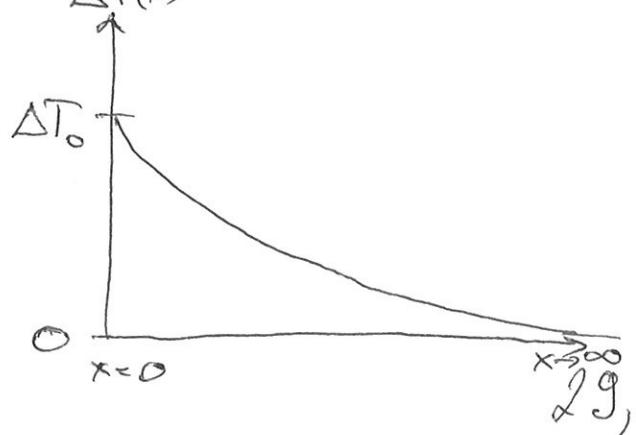
$$2. \cancel{\Delta T}(x=\infty) = 0$$

$$C_1 e^{m\infty} + C_2 e^{-m\infty} = 0$$

$$\Rightarrow C_1 = 0$$

$$\Rightarrow C_2 = \cancel{\Delta T}_0$$

$$\cancel{\Delta T}(x) = \cancel{\Delta T}_0 e^{-mx}$$



→ Leadott hő?

⇒ 2 lehetségek:

1. Keresztül kell menjen a borda fölén

$$\dot{Q}_b = \dot{Q}(x=0) = -\lambda A \frac{d\Delta T(x=0)}{dx}$$

2. A borda palástján + véglapján leadott hőt összegezzük:

$$\dot{Q}_b = \int_0^H \lambda (T(x) - T_{\infty}) C dx + \lambda (T(x=H) - T_{\infty}) A$$

A esetre: $\dot{Q}_b = -\lambda A \frac{d\Delta T(x=0)}{dx} = \lambda A m \Delta T e^{-m \cdot 0} =$

$$\boxed{\dot{Q}_b = \sqrt{\lambda A U d \Delta T}}$$

⇒ B esetben (adiabatikus a véglap)

$$\Delta T(x=0) = \Delta T_0$$

$$\Rightarrow C_1 + C_2 = \Delta T_0 \quad \text{I.}$$

$$-\lambda A \left. \frac{d\Delta T(x)}{dx} \right|_{x=H} = 0$$

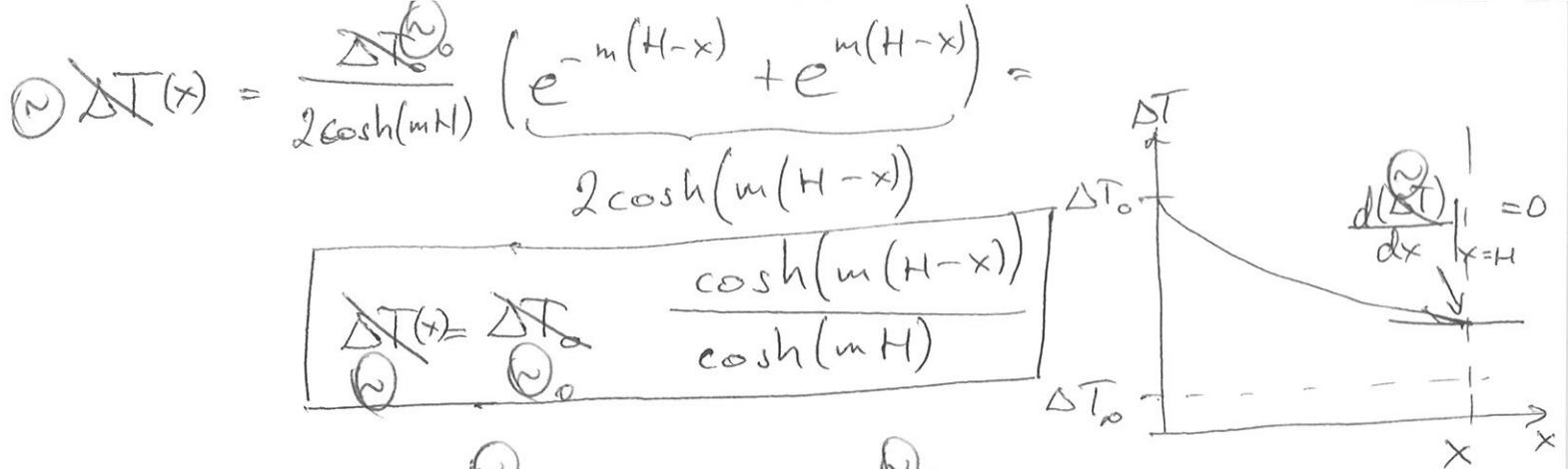
$$\Rightarrow C_1 e^{mH} - C_2 e^{-mH} = 0, \quad \text{II.}$$

$$\text{I.} \Rightarrow C_1 = \Delta T_0 - C_2 \Rightarrow \text{II.} \Rightarrow \Delta T_0 e^{mH} - C_2 e^{mH} - C_2 e^{-mH} = 0$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{\Delta T_0}{e^{mH} + e^{-mH}}$$

$$\Rightarrow C_1 = \Delta T_0 \left(1 - \frac{e^{mH}}{e^{mH} + e^{-mH}} \right) = \Delta T_0 \left(\frac{e^{mH} - e^{-mH}}{e^{mH} + e^{-mH}} \right)$$

valamint: $e^{mH} + e^{-mH} = 2 \cosh(mH)$



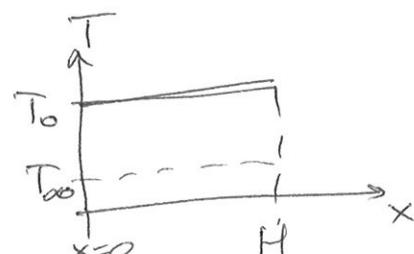
$$\dot{Q}_b = -\lambda A \frac{d(\Delta T(x))}{dx} \Big|_{x=0} = \lambda A \frac{\Delta T_0}{\cosh(mH)} \sinh(m(H-x)) \Big|_{x=0} =$$

$$= \sqrt{\lambda A \Delta U \Delta T_0} \tanh(mH)$$

\Rightarrow a **C** és **D** esetekre ugyanigjuk működik
 \Rightarrow komplexek a segélelletben!

Bordahatásfok : $\eta_b = \frac{\dot{Q}_b}{\dot{Q}_{b,id}}$

\rightarrow ideális borda : $\lambda = \infty$
 \Rightarrow izoterm



$$\Rightarrow \dot{Q}_{b,id} = \lambda \underbrace{A_{\text{borda}}}_{\text{borda}} (T_0 - T_\infty) = UH + A$$

p.l.: **A** esetben

$$\eta_{b,A} = \frac{\sqrt{\lambda A \Delta U} \Delta T_0}{\Delta U H \Delta T_0} = \frac{1}{mH}$$

\rightarrow a ∞ -ban nincs hőátadás a végpontra

$$\lim_{H \rightarrow \infty} \eta_{b,A} = 0 \Rightarrow$$
 a hosszú borda nem hatékony

B eset gyakran használható:

$$\eta_b = \frac{\tanh(mH)}{mH}$$

Bordák hőellendülésé

$$\dot{Q}_b = \eta_b \dot{Q}_{b,id} = \eta_b \lambda (UH + A) (T_o - T_{\infty})$$

$$\dot{Q}_b = \frac{1}{R_b} (T_o - T_{\infty})$$

$\Rightarrow R_b = \frac{1}{\eta_b \lambda (UH + A)}$

Transzisziens hővezetés

\Rightarrow időfüggő folyamatok modellezése

\rightarrow analitikus módszerek sokkal bonyolultabbak és korlátosabbak

\rightarrow a peremfeltételeket időtől függetlenül és szimmetrikus esetekre írjuk fel!

\rightarrow további könnyítés:

dimenzióltlan formalizmust

\Rightarrow Hasonló problémák ugyanazt a megoldással kezelhetők!

\Rightarrow Elég egyet megoldani az egymásra!

A hasonlóság feltételei:

1. A dimenzióltlan diff. egyenlet ugyanaz.

\Leftrightarrow A geometria „alapja” is ugyanaz!
pl.: szíjel n síjfal
henger n henger

2. A dim.-ban közötti és perem feltételek u.a.

→ minden feltételek teljesülnie kell

→ Megjegyzések:

- csak 1D problémákat tekinthünk
- csak szimmetrikus geometriai eseményrel és geometriával \rightarrow 3-ad fajúval
- => a megoldás ide csak erre igaz!

- a dimenziótlanítás nem egyszerű!
 - \rightarrow más kombináció is lehetséges!
- az általunk vizsgált pládatorhoz az alábbi paraméterek a legalkalmassabbnak

→ Térvaltozó: $f = \frac{X}{\chi}$, ahol X egy vállastott méretaránya (lsd: matematikai összefoglaló)

→ Idővaltozó: $F_0 = \frac{\alpha \gamma}{\chi^2}$ Fourier-szám

→ Hőátterellet: $\varphi = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$, ahol T_0 a keretbeli homogen hőmérő.
 $T_\infty \rightarrow$ környezet (gázban) hőmérő

\Rightarrow helyettesítésünk vissza!

$$\frac{\partial T}{\partial \chi} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\text{e's } T = \varphi (T_0 - T_\infty) + T_\infty$$

$$\chi = \frac{F_0 X^2}{\alpha}$$

$$x = f X$$

$$\frac{\partial(v e(T_0 - T_\infty) + T_\infty)}{\partial(\frac{F_0 X^2}{a})} = a \frac{\partial^2(v e(T_0 - T_\infty) + T_\infty)}{\partial(\xi X)^2}$$

~~$$\frac{a}{X^2}(T_0 - T_\infty) \frac{\partial v e}{\partial F_0} = \cancel{\frac{a}{X^2}(T_0 - T_\infty)} \frac{\partial^2 v e}{\partial \xi^2}$$~~

$$\boxed{\frac{\partial v e}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 v e}{\partial \xi^2}}$$

dim-lens hővezetési
egyenlet, 1D, DKR +ben

→ Kézdeti feltétel $T(\gamma=0, x) = T_0$ $/ - T_\infty$

$$T(\gamma=0, x) - T_\infty = T_0 - T_\infty$$

$$\frac{T(\gamma=0, x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \boxed{v_e(F_0=0, \xi) = 1}$$

→ Péremfeltétel:
→ 3-ad fejű, hőátadás a péremen

1D

$$-\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_w = \lambda (T_w - T_\infty)$$

$$-\lambda \frac{\partial(v e(T_0 - T_\infty) + T_\infty)}{\partial(\xi X)} \Big|_w = \lambda v_e(T_0 - T_\infty)$$

$$-\frac{d v_e}{d \xi} \Big|_w = \left(\frac{\lambda X}{\lambda} \right) v_e$$

Biot-szám: 3-ad fejű
péremfeltétel
hasonlósági
száma

→ addott a dim-lan PDE + mellékfeltételek

⇒ MEGOLDA'S

↳ az sok van

↳ alapmegoldások vannak, ezek lineáris kombinációja szintén mo.

↳ Használjuk a változók szétválasztását
módszert!

$$\chi(F_0, \xi) = \phi(F_0) \cdot \chi(\xi)$$

⇒ kezdeti
feltétel:
 $\phi(F_0) = 1$

⇒ viszonyhatosság:

+ param: lsd
később!

$$\chi(\xi) \frac{\partial \phi(F_0)}{\partial F_0} = \phi(F_0) \frac{\partial^2 \chi(\xi)}{\partial \xi^2}$$

$$\frac{1}{\phi(F_0)} \frac{\partial \phi(F_0)}{\partial F_0} = \frac{1}{\chi(\xi)} \frac{\partial^2 \chi(\xi)}{\partial \xi^2} = -\beta^2$$

separa'ciós
konstans

$$\beta^2 > 0 \Leftrightarrow \underline{\beta > 0}$$

⇒ ekkor a PDE szétterül

2 ODE-ra

1. Időbeli rész

$$\frac{d\phi(F_0)}{dF_0} = -\beta^2 \phi(F_0) \Rightarrow \underbrace{\phi(F_0) = C e^{-\beta^2 F_0}}_{\text{kezdeti feltételre, de nem most!}}$$

2. Térbeli rész: (Sturm-Liouville paraméterű feladat)

Matek megj.: → ez nem más, mint a

$\frac{d^2}{d\xi^2}$ operáció sajtfüggvény -
sajattervezés
feladata!

→ azaz koordináta helyett

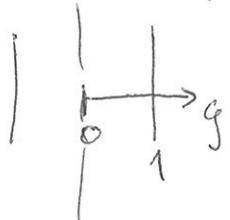
jüggvényterben dolgozunk!

$$\frac{d^2 \chi(\xi)}{d\xi^2} = -\beta^2 \chi(\xi)$$

egyenlet $\chi(\xi)$ megoldásai a
saját fv.-ek, β pedig a
saját értékek

$$\Rightarrow \chi(\xi) = A \sin(\beta \xi) + B \cos(\beta \xi)$$

\Rightarrow pesem feltételek: 1. Szimmetria $\xi=0$ -ban



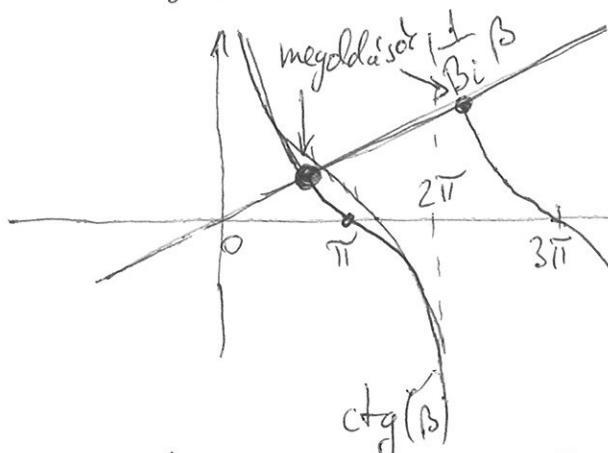
$$\left. \frac{d\chi(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0$$

$$\left. \frac{d\chi(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A \beta \underbrace{\cos(\beta \cdot 0)}_{=1} - B \beta \underbrace{\sin(\beta \cdot 0)}_{=0} = 0 \\ \Rightarrow A = 0$$

2. Hőátadás $\xi=1$ -ben

$$\left. \frac{d\chi(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi=1} = B \beta \sin(\beta \cdot 1) = B_i \beta \cos(\beta \cdot 1) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{B_i} \beta = \operatorname{ctg}(\beta) \quad \beta = ?$$



$\beta_n \rightarrow$ vegtelen sok megoldás!
 \rightarrow ezek superpozíciója
is megoldás!

$$v(F_0, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{C}_n e^{-\beta_n^2 F_0} \cos(\beta_n \xi)$$

ahol \hat{C}_n a
keretbeli jelzetel
teljesüléséhez kell!

$$v(F_0=0, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{C}_n \cos(\beta_n \xi) = 1$$

Matematikailag ezaz 1 Fourier-sorba
fejtése, \hat{C}_n : Fourier-konstans

$\rightarrow \hat{C}_n$ függ n-től!

\Rightarrow Egyetemesítés: ha $F_0 > 0,2$, akkor jó közelítést ad, ha csak az elrő tagot vessük figyelembe!
 β_n^2 miatt a többi tag gyorsabban cseng le.

\Rightarrow Ha $F_0 > 0,2$,

akkor:

$$v_e(F_0, \xi) = V_1 e^{-V_1^2 F_0} \cos(V_1 \xi)$$

1D, sík fal

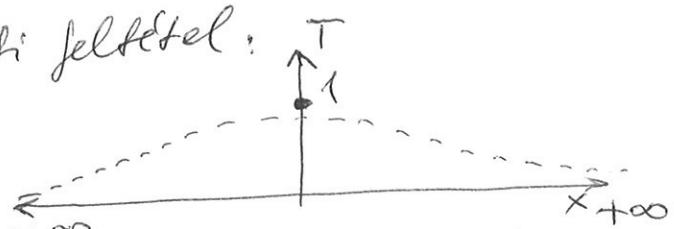
$\rightarrow V_1 \leftrightarrow \beta_1$, azaz $n=1$ esetén a sajátföldelések $V_1 \leftrightarrow \hat{C}_1$ a keretbeli feltételhez
 \Rightarrow segítségből!

\rightarrow hengerre és gömbre is hasonlóan
 kapjuk a megoldásokat

\Rightarrow ∞ és $-\infty$ testek esetén: (levezetés nélkül)

a ∞ testre:

\rightarrow keretbeli feltétel:



\rightarrow a $+\infty$ és $-\infty$ ben pedig
 "lecsengő" megoldásokat írnak elő

\rightarrow a megoldás:

$$T(x, x) = \frac{1}{2\sqrt{\alpha T}} e^{-\frac{x^2}{4\alpha T}}$$

\Rightarrow ez pont a Gauss-eloszláshál megfelelő fu!

Keretbeli feltételekre általánosítva Pillanatosra, ugrásra
 $m_0 = \text{Green-fu.}$

ahol $\alpha_2 \frac{x^2}{4\alpha^2} =: \xi^2 \Rightarrow$ új változót vezetünk be,

$$\boxed{\xi = \frac{x}{2\sqrt{\alpha^2}}}$$

\rightarrow ezt a hővez. egyenletbe visszahelyettesítve \Rightarrow

$$T(\xi, x) \rightarrow \Theta(\xi) \rightarrow \Theta'' + 2\xi\Theta' = 0,$$

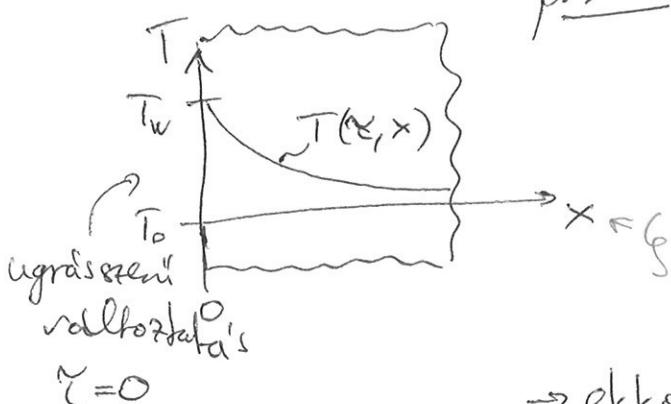
a mink általános módja:

$$\Theta(\xi) = C_1 \int_0^\xi e^{-x^2} dx + C_2$$

\approx Gauss - biba integral \Rightarrow hiba füg.
= erf(ξ)

\rightarrow fél-l-infinity testre alkalmazva

perem: felülről elszáradt ($x=\infty$)



$$T(\xi, x=0) = T_w$$

$$T(\xi, x \rightarrow \infty) = T_o \quad \text{vegtelenben}$$

$$T(\xi=0, x) = T_o \quad \text{kerdezi füg.}$$

\rightarrow ekkor a megoldás

$$T(\xi, x) = T_w = (T_o - T_w) \operatorname{erf}(\xi)$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{T(\xi, x) - T_w}{T_o - T_w} = \operatorname{erf}(\xi)$$

\rightarrow írjuk fel a hőáramot:

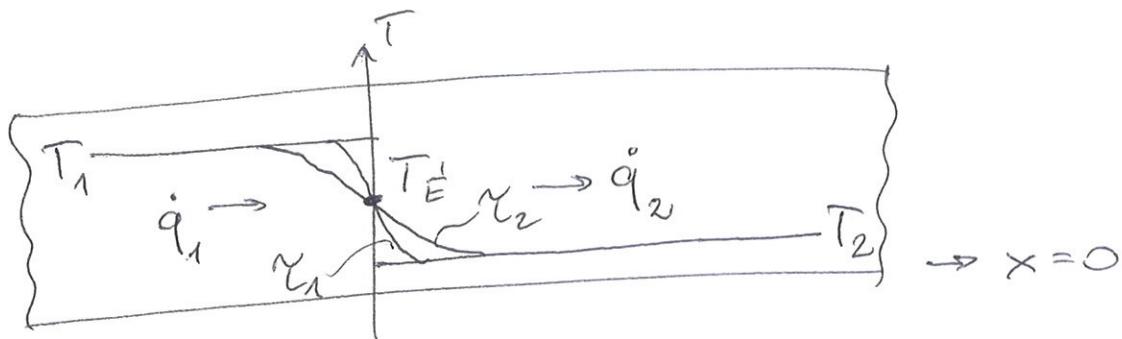
$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dx} \underset{\xi?}{=} \lambda (T_o - T_w) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{2\sqrt{\alpha^2}} e^{-\frac{x^2}{4\alpha^2}} \quad x > 0$$

$$\boxed{\dot{q}(x=0) = \frac{T_o - T_w}{\sqrt{\pi} \sqrt{\alpha^2}} \frac{\lambda}{\sqrt{\alpha^2}}}$$

$$\boxed{-\sqrt{\lambda \rho c} =: b}$$

hő behatolási
tényező
(effuzivitás) 38,

pl: 2 fel - ∞ test érintkezése



T_E' → érintkezési hőmérséklet, nagyon hamar kialakul e's gyorsan hatálag állapot marad,

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2$$

$$\dot{q}_1 = \frac{T_1 - T_E'}{\sqrt{R_1} \sqrt{x}} \quad b_1 = \frac{T_E' - T_2}{\sqrt{R_2} \sqrt{x}} \quad b_2$$

$$\Rightarrow T_E' = \frac{b_1 T_1 + b_2 T_2}{b_1 + b_2}$$

→ ergonomiai tervezés
→ érintelste a
kis b-t
szerejük

→ Következő speciális eset: Közönseges termodynamikai meglözzelések

⇒ nincs helyfüggés,

negtehető, ha a testen belül kialakuló hőm. különbség elhanyagolható:

$$B_i < 0,1$$

$$B_i = \frac{dX}{\lambda} \quad d \text{ kicsi}$$

⇒ a) λ kicsi
 b, X nagy

⇒ ~~egyik oldalra~~
 c, X kicsi

I. füzettel

$$V_{pc} \frac{dT(x)}{dx} = -\lambda A (T(x) - T_\infty)$$

a test felületen
között hő

a test hőkapacitára

\Rightarrow kezdeti feltétel:

$$T(x_0) = T_0$$

~~$T(x) = T(t)$~~
 \Rightarrow valtozók számaval

$$-\frac{\lambda A}{cm} \int_0^t dx = \int_{T_0}^{T(t)} \frac{dT}{T(t) - T_\infty}$$

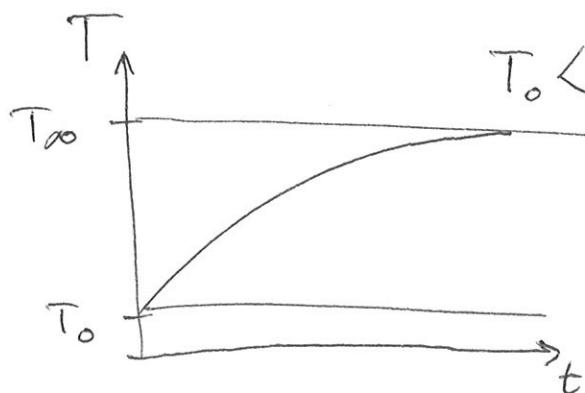
b

időllandó b

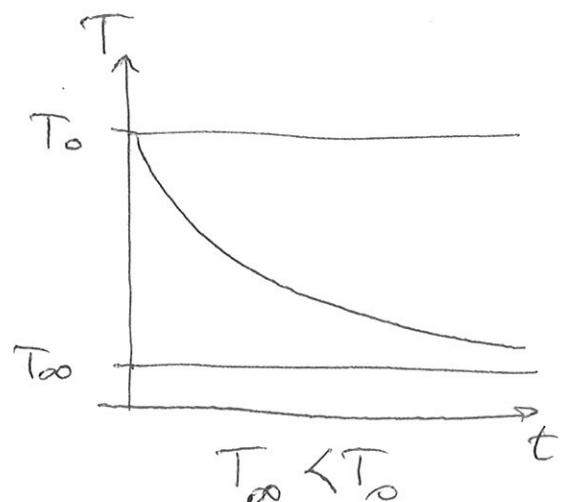
$$\ln \frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

$$e^{-bt} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

$$T(t) = (T_0 - T_\infty) e^{-bt} + T_\infty$$



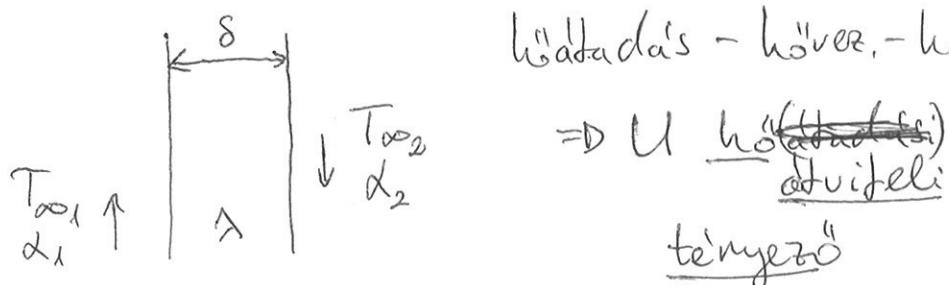
$$T_0 < T_\infty$$



$$T_\infty < T_0$$

Höcserelők

→ Höftvitelről már esett ró:



→ ennek egy jontos gyakorlati kihasználása a höcserelők

I. Közegek kéverednek

II. Közegek nem kéverednek



- ↳ a, egynátrami
- b, ellenátrami
- c, keresztátrami
- + ezek kombinációja

→ lényeges jellemző paraméterek: A_t , "A" felület, "": höcserello teljes felülete
Ⓐ hömerselltet különbség (hajtőerő)

U höftviteli tényező
⇒ d höftadási tényező M1

Egyen- és ellenáramú hőcsereellők hőátadásának vizsgálata

→ Ehhez feltételezzük, hogy

1. A hőcsereellő a környezettől elígételnek tekintetű. ⇒ Csak a 2 közeg között valósul meg hőátadás.
2. A csövekben az axiálirányú hővezetés elhanyagoljuk.
3. Az áramló közegek kinetikus és potenciális energiadát elhanyagoljuk.
4. Konstans fajhőt használunk.
5. Konstans hőátviteli tényezőt használunk.

→ Felület:

a, Hőkapacitásárám: $\dot{C} = \dot{m} C_p$ [W/K]

\downarrow tömegáram \rightarrow fajhő

b, indexelés:

- ① → a kisebb hőkapacitásárámú folyadék!
- ② → a nagyobb ...

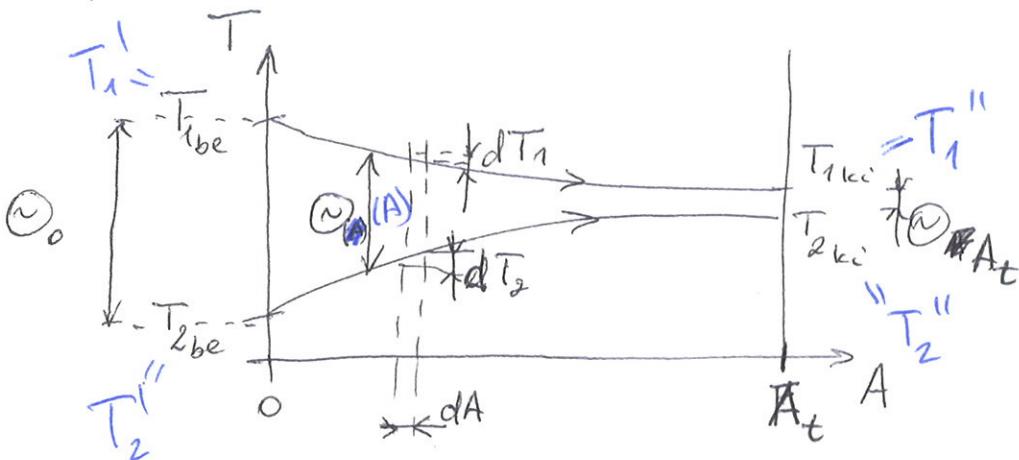
c, hőátterelést különbség a 2 közeg között:

$$\textcircled{n} = T_1 - T_2 \quad \text{adott ponton}$$

d, hőáram: $\dot{Q} = \dot{C}_1 |T_{1\text{be}} - T_{1\text{ké}}| = \dot{C}_2 |T_{2\text{be}} - T_{2\text{ké}}|$

42)

I. Egyenáramú eset



$$\rightarrow \text{hőmérleg: } U(T_1 - T_2)dA = -\dot{C}_1 dT_1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$U(T_1 - T_2)dA = \dot{C}_2 dT_2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2} \right)}_{\beta} (T_1 - T_2) U dA = -d(T_1 - T_2)$$

β

$$\Rightarrow -\beta U dA = \frac{d\circ}{\circ}$$

$$-\int_A \beta U dA = \int_{\circ_0}^{\circ(A)} \frac{d\circ}{\circ}$$

$$-\beta U A = \ln \left(\frac{\circ(A)}{\circ_0} \right)$$

$$\boxed{\circ_0 e^{-\beta U A} = \circ(A)}$$

\Rightarrow a közegek közötti hőm. különbség exponenciálisan csökken!

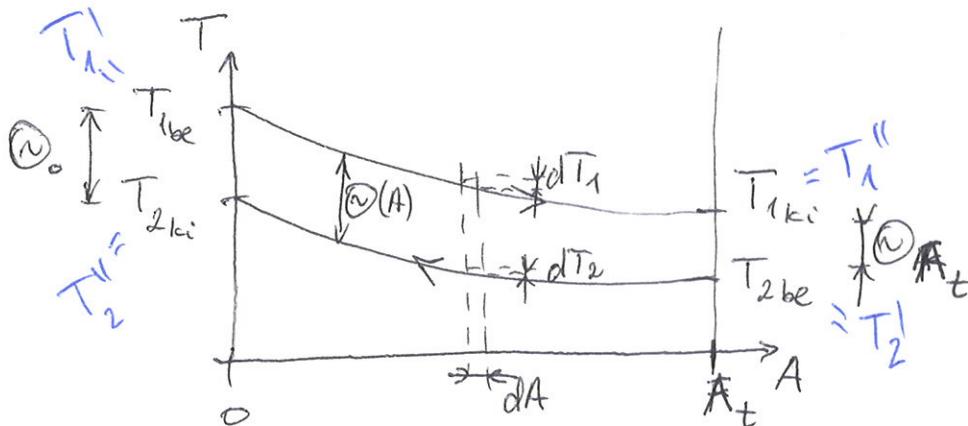
\Rightarrow vissza helyettesítés + integrálás

után:

$$T_1 = T_{1,be} - \circ_0 \frac{\dot{C}_2}{\dot{C}_1 + \dot{C}_2} \left(1 - e^{-\beta U A} \right)$$

$$T_2 = T_{2be} + \textcircled{N}_o \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_1 + \dot{C}_2} (1 - e^{-\beta U A})$$

II. Ellenzárm eset



$$\Rightarrow \text{hőmérleg: } \left. \begin{aligned} U(T_1 - T_2) dA &= -\dot{C}_1 dT_1 \\ U(T_1 - T_2) dA &= -\dot{C}_2 dT_2 \end{aligned} \right\} \textcircled{-}$$

! Külsőbbég!

$$\Rightarrow \underbrace{U \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2} \right)}_{\textcircled{N}} \underbrace{(T_1 - T_2)}_{\textcircled{N}} dA = -d \underbrace{(T_1 - T_2)}_{\textcircled{N}}$$

! Külsőbbég! β

$$\Rightarrow \textcircled{N}(A) = \textcircled{N}_o e^{-\beta U A}$$

Hőáram minden esetre:

$$d\dot{Q} = U(T_1 - T_2) dA \Rightarrow \int d\dot{Q} = \int_U \textcircled{N}_o e^{-\beta U A} dA$$

$\textcircled{N} = \textcircled{N}(A)$!

$$\dot{Q} = \textcircled{N} \textcircled{N}_o \left[-\frac{1}{\beta U} e^{-\beta U A} \right]_0^{A_t} = \frac{\textcircled{N}_o}{\beta} \left(1 - e^{-\beta U A_t} \right) = \frac{\textcircled{N}_o - \textcircled{N}_{A_t}}{\beta} =$$

\rightarrow tudjuk, hogy $-\beta U A = \ln \left(\frac{\textcircled{N}(A)}{\textcircled{N}_o} \right)$ $\Rightarrow \beta = \frac{1}{U A_t} \ln \left(\frac{\textcircled{N}_o}{\textcircled{N}_{A_t}} \right)$

44)

$$= U A_t \frac{\frac{Q_0 - Q_{At}}{A_t}}{\ln\left(\frac{Q_0}{Q_{At}}\right)} = \dot{Q}$$

$\bar{\Delta T}_{\text{ln}}$ logaritmikus közepes hőm. különbség

→ ugyanaz egyen + ellenáramra is

$$\boxed{\dot{Q} = U A_t \bar{\Delta T}_{\text{ln}}}$$

ahol A_t a hőcserefelülettel teljes hőátadó felülete

Bošnjaković-felé Φ -tengelyre \Rightarrow Hatrossalig

$$\Phi = \frac{\text{megvalósított hőm. kül.}}{\text{rendelkezésre álló hőm. kül.}} \Rightarrow$$

$$\Phi = \frac{T_{1\text{be}}^1 - T_{1\text{ki}}^1}{T_{1\text{be}}^1 - T_{2\text{be}}^1} = \Phi \left(\frac{U A_t}{C_1}, \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} \right)$$

\Rightarrow dimenzióltan valtozókkal is felírható! (lásd: segédbolt!)

$$\Rightarrow \frac{U A_t}{\dot{C}_1} = NTU \quad \begin{array}{l} \text{aktivitási} \\ \text{hányados} \end{array}$$

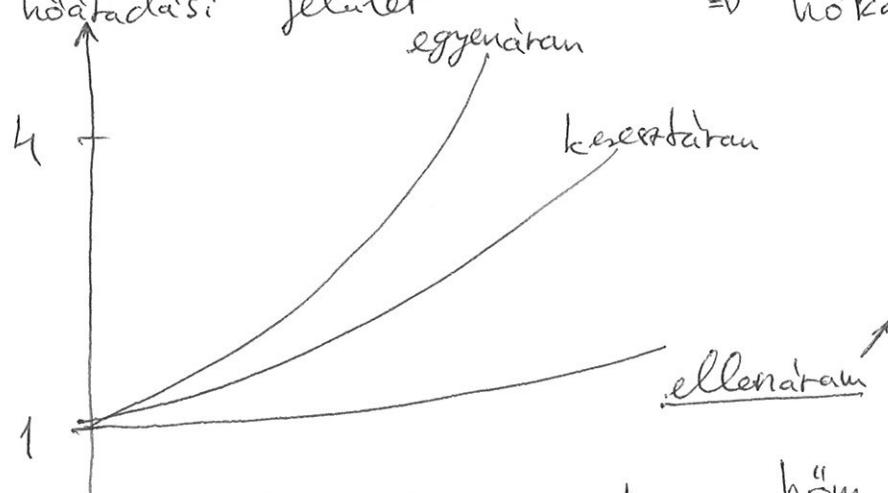
relatív szükséges hőátadási jelület

egyenáram

\Rightarrow hőkapacitás áram aránya:

$$\frac{R_C}{C} = \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}$$

hatékonyabb! DE: a szterkerező igénybevétele nagyobb! (hőfeher, hőjár.) \Rightarrow Drágább!

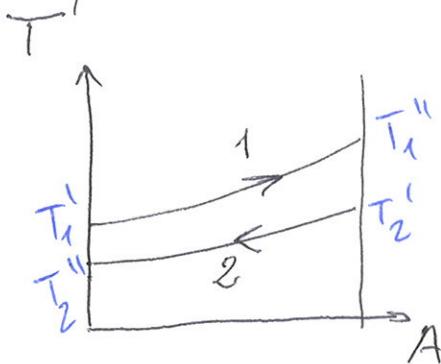


hőm. valtozás a belépő
hőm. különbség, %-ban

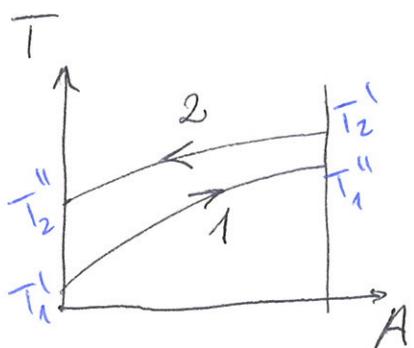
45)

Tipikus hőmérséklet eloszlások: A görbék sosem kereszteznek egymást!

pl: Ellenáram:

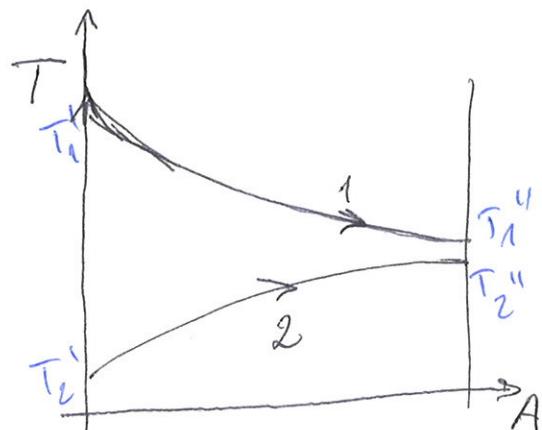
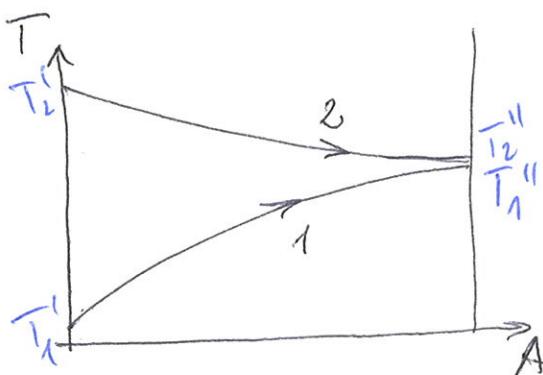


vagy "görbületű", ha
felülről konvex, ha az ①-es közeg
a melegebb



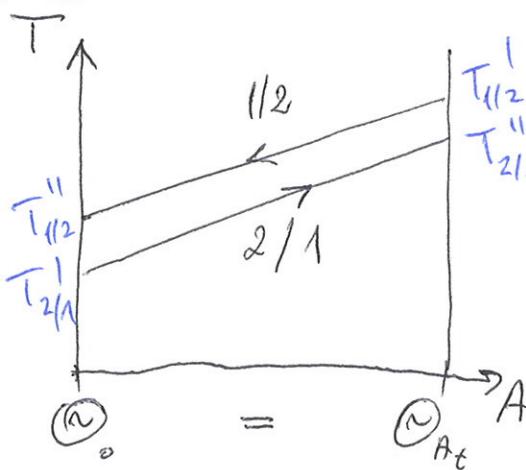
→ felülről konvex, ha a ②-es közeg
a melegebb

pl: Eggenáram:

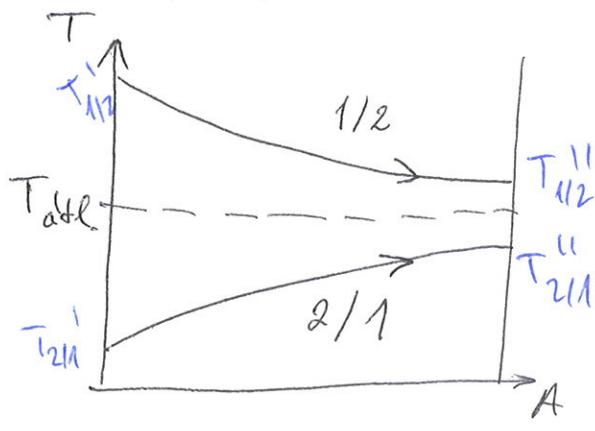


Speciális esetek: $\dot{C}_1 = \dot{C}_2$

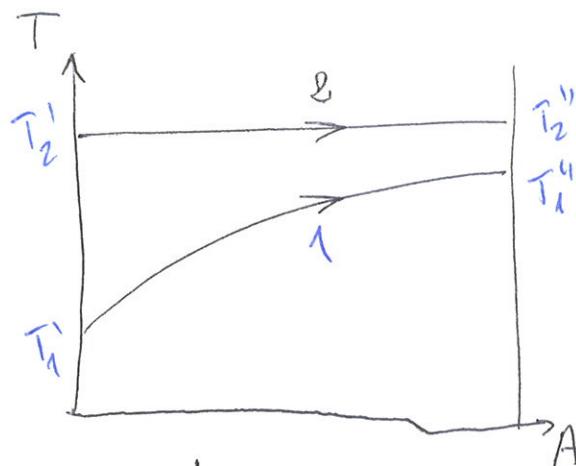
a) ellenáram



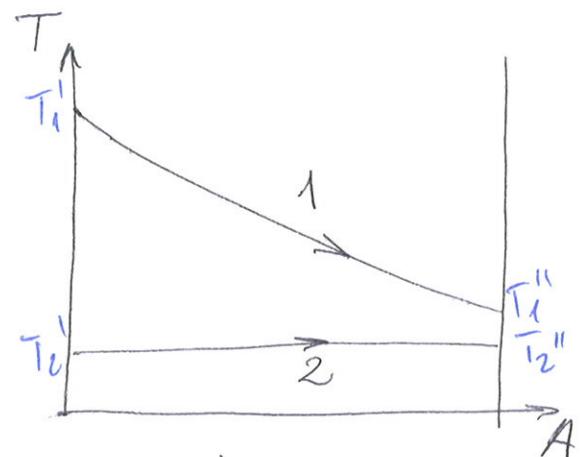
b) eggenáram



Forrás és kondenzáció esetén



kondenzáció

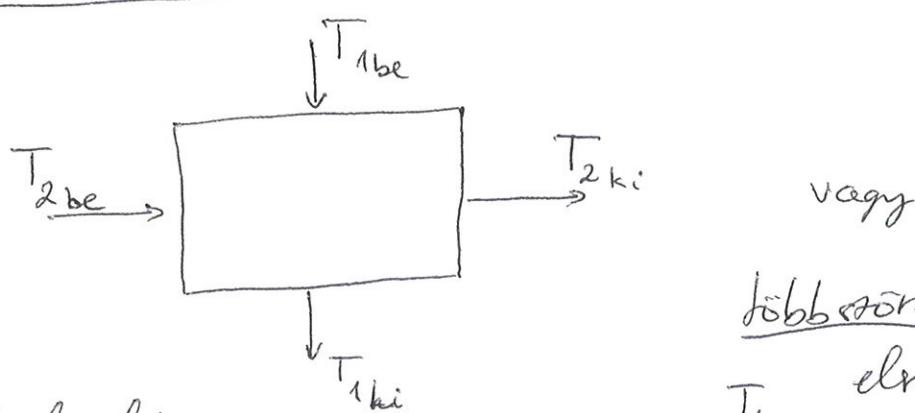


forrás

→ mindegy, hogy egyen/ellenáram!

→ ekkor $C_2 \rightarrow \infty$, mert $C_2 \rightarrow \infty$ konstans hőmérsékletre

Kerestáramú hőcserefű:



→ Hőmérők leteléséből

2D, felületeket rajtol ki

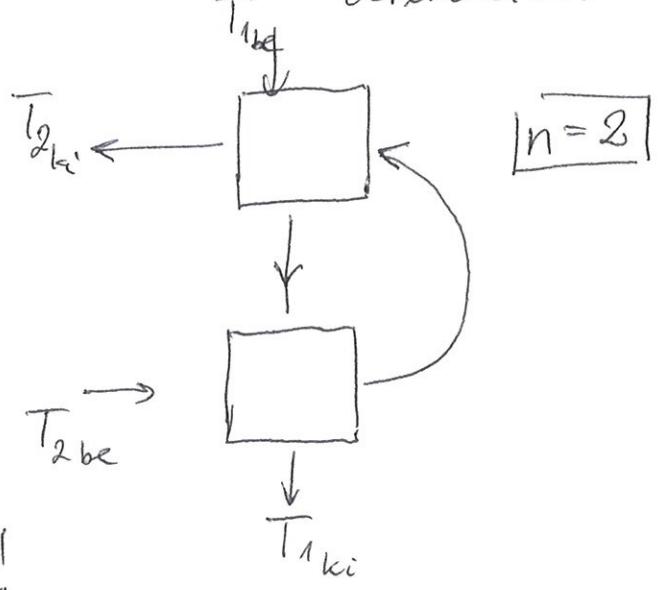
⇒ egyenletes belépő hőm.-ból
változó kihelye hőm. lesz
a kerestmérőt menten!

⇒ ΔT_{ln} - t úgy számoljuk, ahogy

eddig, de: E → korrekciós tényező
↳ táblázatból!

→ többszörös elrendezésre: $E_n = \sqrt[n]{E}$

többszörös
elrendezés:



Hőátadás

→ alapegyenlete: $\dot{Q} = \lambda A (T_w - T_\infty)$, Newton

ahol λ az átlagos hőátadási tényező, $\left[\frac{W}{m^2 K}\right]$

→ cél: ennek meghatározása!

→ sok tényezőtől függ:

→ felületi minőség (pl: érdesség)

→ áramlási jellege

↳ természetes vagy kényszerített

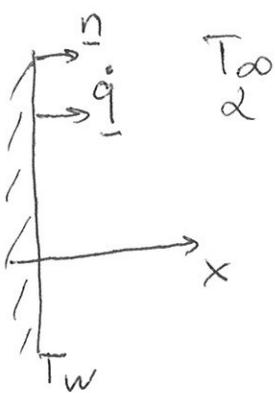
↳ lamináris / turbulens

→ érintkező anyagok tulajdonságai

→ hőmérséklet ...

→ sugárzást elhanyagozzuk!

→ a hőátadás hőárama \approx hővezetési folyamat hőárama



1D:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\dot{q} = \lambda (T_w - T_\infty)$$

polyadelek!

3D:

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T \cdot \underline{n}$$

irányvektor
(felületi normális)

⇒ Nusselt-egyenlet:

$$-\lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{\text{falon}} = \lambda (T_w - T_\infty)$$

→ ez NEM 3-adaljú perem!

→ a polyadelek hővezetési tényezője! 48,

→ a pontos hőm. előrelásts ismeretében

↳ meghatározható

⇒ ilyen eset nem gyakori...

⇒ kísérletek szerepe kiemelkedő!

→ Egyenletek felírása, dimenziótlanításuk után
látható, hogy milyen mennyiségek befolyásolják
a hőátadást

⇒ kísérletek alapján ezekre vonatkoznak
az empirikus lepétek!

→ Hőátadás hőtényezet : a, halmozat állapot változással
b, - II- változás nélkül

→ Tipikus hőátadási tényező
értékek :

pl.: gázok termesztes áramlása : ~30-200
kényszerített : ~50-500

víz termesztes áramlása : ~100-600
kényszerített : ~500-2000

forrás / kondenzáció: $\sim 10^3 - 10^6$

→ Temeszetes áramlás :
→ hőm. különbség → szükséges kül.
⇒ hajtóerő

→ Kényszerített: különböző erő ⇒ áramlás

→ Hőátadási folyamat alkalmas leírásához szükséges

rav: mérleg egyenletek + konsztitutív egyenletek
(anyagmodell)

↳ kontinuitás

↳ impulzus

↳ energia

↳ Fourier

↳ Navier - Stokes $\frac{dy}{dx}$

$$\rightarrow \text{általánosan: } g = g(T, x, y, z, P)$$

$$c_p = c_p(-\dots)$$

$$\lambda = \lambda(-\dots, g)$$

$$\mu = \mu(-\dots) \text{ dinamikai viszkozitás}$$

$$+ T = T(x, y, z)$$

$$P = P(-\dots)$$

$$\underline{v} = \underline{v}(-\dots)$$

\Rightarrow ez túl bonyolult eset...

\Rightarrow Egyenletek:

\rightarrow időben állandósult állapot

+ Boussinesq - közelítés

\rightarrow elhangzó für az anyagjellemzők
valtozását, de! ~~von~~ von kivétel:

\rightarrow a g sűrűség a

| térfogat leíró tagban a
| hőm. fürl!

| \rightarrow térfogati hőáguláshoz
| kapcsolódik

$$g(T) = g(T_0)(1 - \beta \underbrace{ST})$$

Az egyenletek (levezetés nélküli)

Összefezze:

1. Hővezetési egyenlet, áramló

közegre, időben állandó + konstans anyagjell.

közegen
belüli hőm.
különbség

$$\underline{\sigma} \cdot \nabla T = \frac{\lambda}{\rho c_p} \cdot \Delta T$$

ez nem c_v !

2. Kontinuitás (itt $\rho = \text{állandó}$), időben állandó

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0$$

3. Impulzus

$$(\underline{v} \cdot \nabla) \underline{v} = \nu \cdot \Delta \underline{v} - \frac{\nabla p}{\rho} + \bar{g}(1 - \beta ST)$$

ahol $\nu = \frac{\mu}{\rho}$
 kinematikai
 viskositás

e's $\bar{g} = -\frac{g}{f_z}$
 dinamikai

f_z z-irányú
 nehezsegi erőter
 $\uparrow \downarrow g$ bevett
 koordináta!

+ Perem feltételek!

Dimentióellenálláshoz

- jellemző sebesség: v_∞
 - fel hőmérséklet: T_w
 - áramló közeg hőm: T_∞
 - jellemző méret: L
- } segítségével

→ behelyettesítés, átrendezés után az alábbi mennyiségek adódnak:

Péclet-szám: $Pe = \frac{v_\infty L}{a}$

, ahol a - hőforrás teretési
 tényező
terminus határreleget
jellemzi

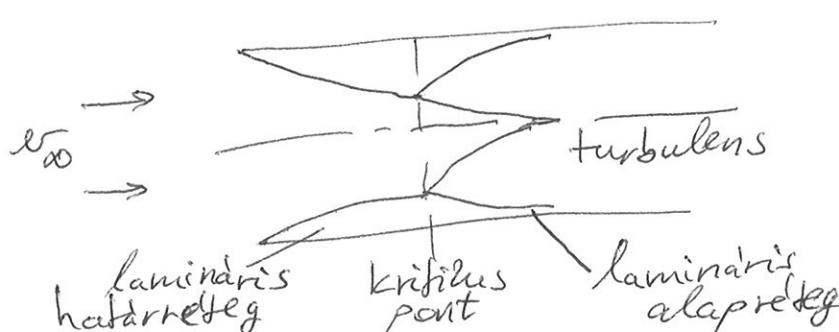
Reynolds-szám: $Re = \frac{v_\infty L}{\nu}$

hidraulikai határreleget
jellemzi

Megjegyzés: Határreleget

a hidraulikai: 1%-os sebesség
 eltérés v_∞ -hez képest

b) terminus: 1%-os
 hőm. eltérés
 T_∞ -hez képest



A Prandtl-szám: \rightarrow 2 hatarréteg arányát jellemzi!

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{a} \quad \text{anyag jellemző} \sim \frac{S_t}{S_h}$$

Archimedes-szám: $Ar = \frac{g \cdot L \cdot \beta (T_w - T_\infty)}{v_\infty^2}$

\rightarrow a felhajtó és a tehetetlenségi erő hárnyadosát jellemzi

Froude-szám: $Fr = \frac{v_\infty}{\sqrt{L \cdot g}}$ \rightarrow a térfelület és a tehetetlenségi erő arányát jellemzi

Grashoff-szám:

$$Gr = Re^2 \cdot Ar$$

termelődés áramlások
jellemzésére

Rayleigh-szám: $Ra = Gr \cdot Pr$

áramlási
instabilitások jellemzések
(kriteriumok)

! Nusselt-szám: \rightarrow Nusselt-egyenlet dim.-ban
alakjából

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$$

NEM Biot-szám!
folyadék!

$\rightarrow Nu = f(Re, Pr, Gr, \text{geometria, perek félételek})$

\rightarrow empirikus képletek!

vagy

$$Nu = f(-) \cdot \Phi_T$$

korrekciós tényező az
anyag jellemzők T függésének
korrekciójára

52)

Forrás / Kondenzáció:
prezi + videók!

Hövzetési tényező" mérési módszerei

→ Höfizikai mennyiségek:

$$\boxed{\text{höfizikai tényező}} \quad a = \frac{\lambda}{\rho c} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{"hövzetési tényező" } \lambda \\ \rightarrow \text{fajhő } c \\ \rightarrow \text{sűrűség } \rho \\ \rightarrow \text{hőfáradású együttadó}, \dots \end{array} \right.$$

→ Szempontok:

→ hömérőkkel tartomány

↳ höfizikai mennyiségek hömérőkkel függése?

↳ mérejen belül kis höm. tartományos alkalmazásával a függést elhanyagoljuk

→ anyag szerkezet

↳ irányfüggetlen: izotrop viselkedés

↳ irányfüggő: anizotrop, ortotrop

↳ homogenitás, porozitás?

→ minta mérete, geometria

→ termikus átfelbocsátás

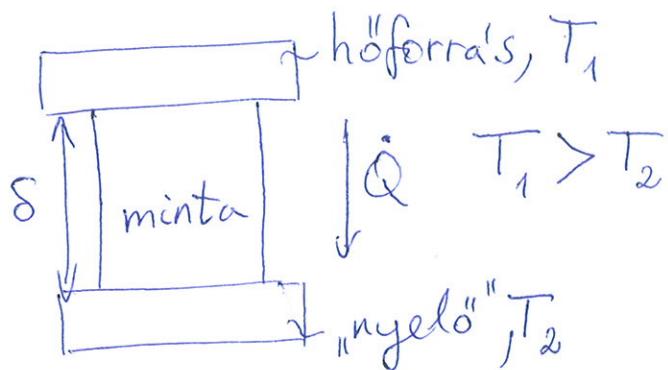
→ hövzetési tényező nagyságrendje

→ állandósult vagy bázis

→ Nem általános, mindenre jó mérési módszer!

→ Köretelmények: → gyors, olcsó, pontos, reprodukálható
(Fluorációk) → kicsi e's egyszerű geometriai
minadarabok

1. „Axial heat flow method” \rightarrow Hosszmenti hőáram által

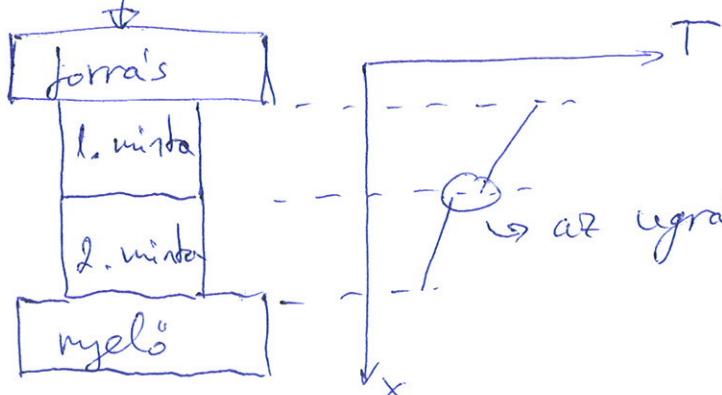


$$\dot{Q} = \frac{\lambda A}{\delta} (T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\dot{Q} \delta}{A(T_1 - T_2)}$$

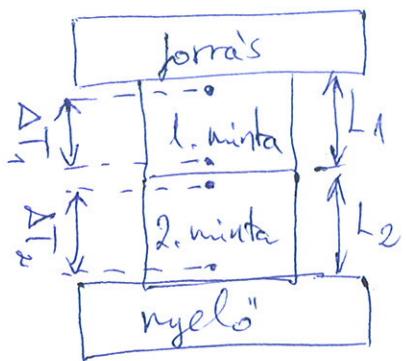
\rightarrow analitikusan kiszámítható

- \rightarrow 1D hővezetést feltetelezzük
- \rightarrow abszolút módszer \Rightarrow közvetlen a minta λ -át mérjük
- \rightarrow probléma: \dot{Q} pontos meghatározása!
- \rightarrow hővezetéség: konveció } valkumban,
sugárzás } \Rightarrow önműködő érnyővel
hővezetés a termoelemeken
keresztül
- \rightarrow allandósult aligpotra épül \Rightarrow ezt ki kell vární!
 \Rightarrow a mérések időtartama akár nem lehet!
- \rightarrow minta: hengeres vagy fejláthat, ~ cm
- \rightarrow A T függését lepéssel lehet meghatározni
- \rightarrow Kontakt hőellenállás méréseire is fell lehet használni
ez " \rightarrow kontrollált!"



\rightarrow az ugrásból a kontakt hőellenállás számolható!

→ Abszolút helyett komparativ mérés:



- az egyik minta ismert tulajdonságú anyag!
- állandósult allapotra épül!
- a másik minta λ -ja a hőáram pontos ismerete nélkül is számolható! (feltételezve, hogy ugyanaz a \dot{Q} megy keresztül mindenkor minden)

$$\lambda_1 = \lambda_2 \frac{A_2 \Delta T_2 L_1}{A_1 \Delta T_1 L_2}$$

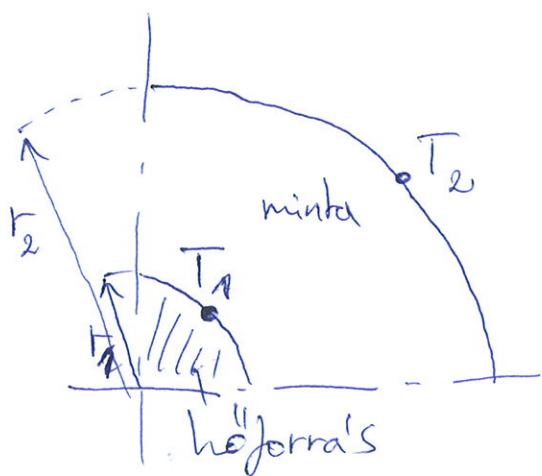
ahol λ_2 ismert, ΔT_1 és ΔT_2 a minta belsőjében mérte hőátterelés különbségek

→ Az axialis hőáramra építő mérési módszerek nagy hőátterelésen ($> 1000\text{ K}$)

a nagy hővesztéség miatt pondatlank

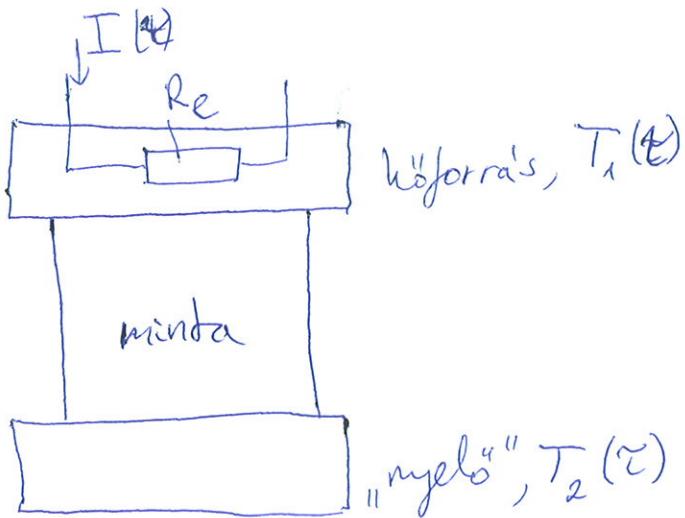
⇒ radialis elrendezéssel ez javítható!

2. „Radial heat flow method”, Radialis irányú hőáramra építő módszer

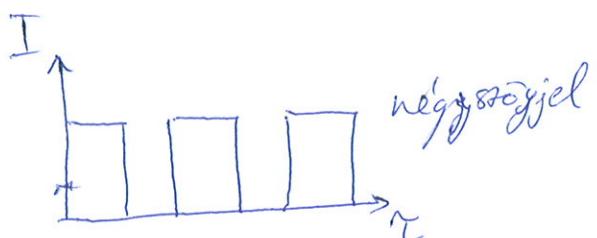


- állandósult alappont
 - abszolút mérés
 - analitikusan kiszámítható
- $$\dot{Q} = \frac{2L\pi\lambda}{\ln(r_2/r_1)} (T_1 - T_2) \Rightarrow \lambda \text{ számolható}$$
- L a hengeres minta hossza

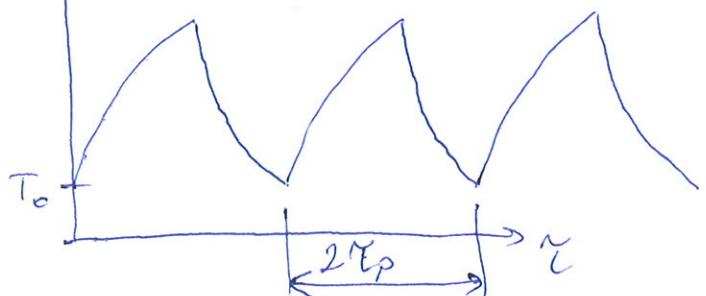
3. Transzisziós, oxidális irányú hőáramra épülő modell



→ időben változó
 $I(t)$ áramerősséggel
 periodikusan gerjesztve
 a mintát



$$\Delta T = T_1 - T_2$$



$$\dot{Q} = \underbrace{G_{\text{hőforrás}}(T_1)}_{\text{hőforrás hőkapacitása}} \frac{dT_1}{dt} = R_e(T_1) I^2(t) - \underbrace{\frac{1}{R_\lambda(t)} \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta T(t)}}_{\text{elektromos ellenállás: függ } T\text{-től!}}$$

\dot{Q} = $G_{\text{hőforrás}}(T_1) \frac{dT_1}{dt}$ = $R_e(T_1) I^2(t) - \frac{1}{R_\lambda(t)} \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta T(t)}$

hőforrás hőkapacitása
 → függ a hőm-től!

elektromos ellenállás:
 függ T -től!

hővezetési hőellenállása a mintának!
 minden függ a hőm-től!

→ ez egy nonlineáris, közönséges

differenciál eggyellet (ODE) ⇒ analitikus megoldás igencsak nehézséges...

→ Megoldás: legyen $\Delta T(r)$ kicsi!

Nagy sárgarendileg $\sim 0,3\text{K}$

⇒ ekkor az egyenlet linearizálható

↳ T_2 a T_1 -hez képest sokkal
lassabban változik, \sim konstans

⇒ $\left. \begin{array}{l} C_{\text{hőforrás}}(T_2) \\ R_e(T_2) \\ R_x(T_2) \end{array} \right\}$ ezeket a T_2
hőmérsékletre vonatkozatban
hátrozzák meg!

⇒ Megoldásként:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{R_e I_0^2}{\Delta T} \tanh\left(\frac{\gamma_p}{R_x 2 C_{\text{hőforrás}}}\right),$$

ahol I_0 a gerjesztés amplitudója

γ_p pedig a fel periódusidő

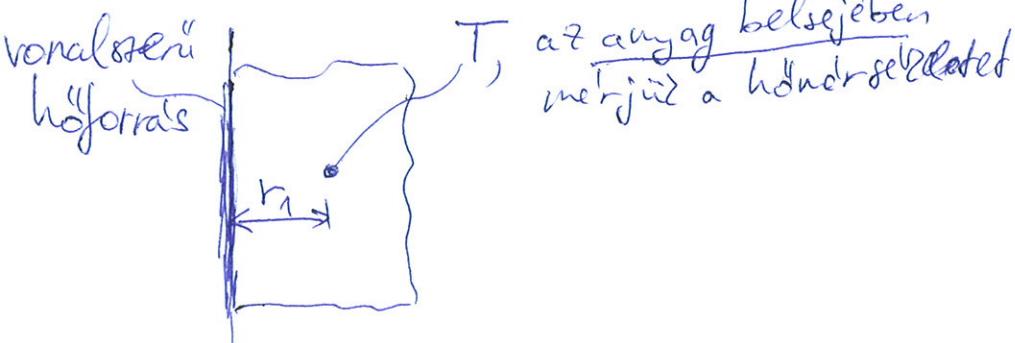
⇒ ez iteratív uton megoldható R_x -ra

⇒ ebből λ számolható

⇒ gyorsabb, pontosabb eredmény,
de nehezebb kiértekelni!

4. Tranzisz, radialis irányú hőáramra épülő módszer

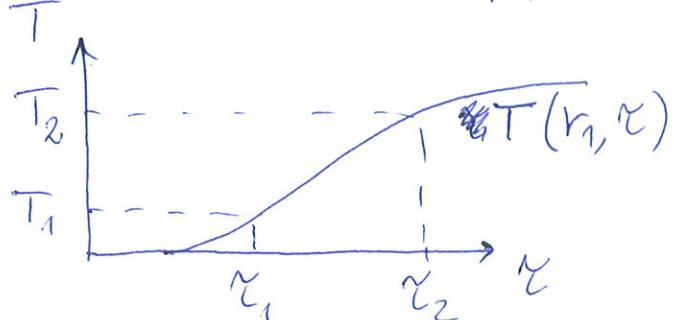
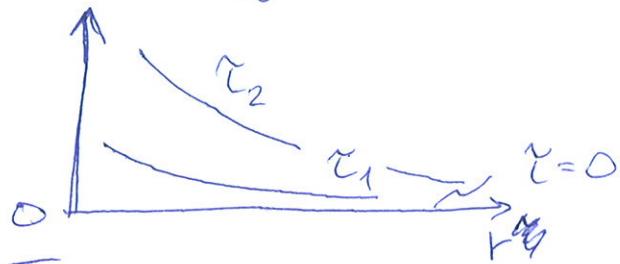
"Hot-wire method")



- 1D hővezetést feltételezve
- alacsony λ esetén is jó
- felismerhetően is alkalmasható!

→ T_0 homogen kezdeti feltételere van szükség

$$\Delta T = T - T_0$$



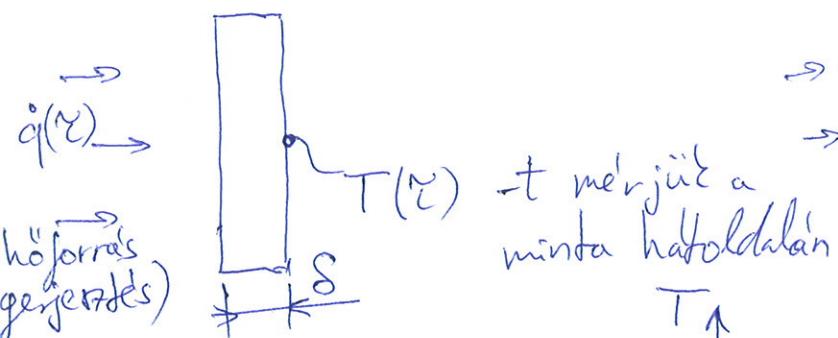
$$\rightarrow \text{analitikus kiértelkelés: } \lambda = \frac{\dot{Q}_v}{4\pi} \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{T_2 - T_1}$$

ahol \dot{Q}_v a hőforrásból
származó hőmennyiség
[W/m]

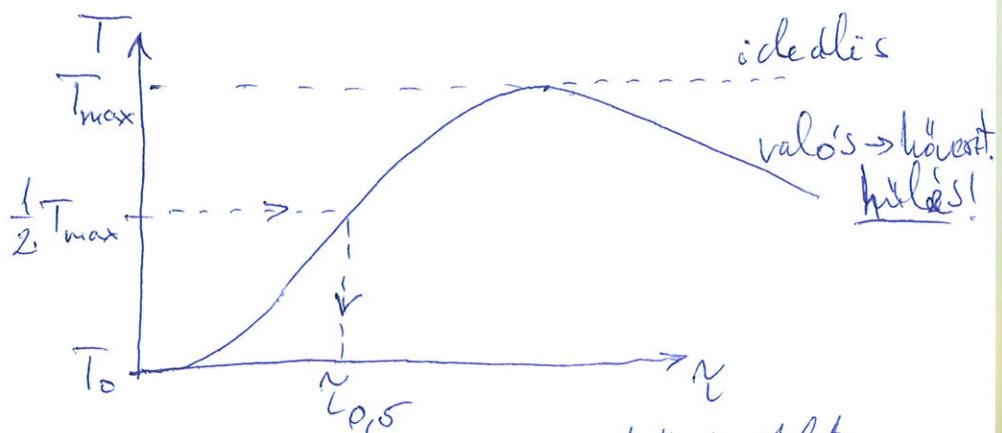
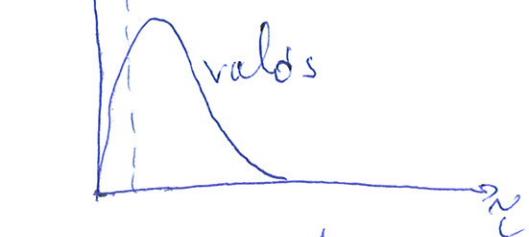
5. Hőimpulzus ("laser flash method")

→ analitikusan is kiértelkelhető

→ transziens
→ a hőforrásrétegi törések
nélkülözésére!



$q(r)$ ideális (Dirac- δ)



→ erre az esetre a

"hővezetési" egyenlet analitikusan
is megoldható \Rightarrow ebből

$$a = 1,38 \frac{\delta^2}{\pi^2 r_{0,5}}$$

→ problema: hővezetéséig minta mérete korlátozott!
- homogén kezdeti feltétel elérésse

→ nagy hőátadásra
hatalmas közötti
elvégzhető ($\approx 150 - 3000\text{K}$)

→ kis méretű minták
gyorsan elvégzhető