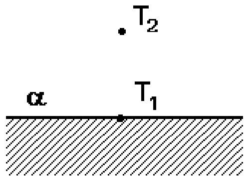
Formelsammlung zur Wärmeübertragung

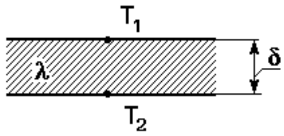
Stazionäre Wärmeleitung – Wärmewiderstände verschiedener Strukturen

1. Wärmübergang einer Wand mit Oberfläche F



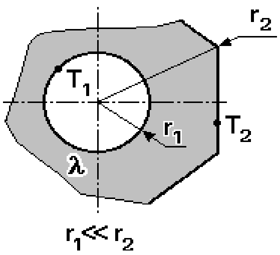
$$R = 1/(\alpha \cdot F)$$

2. Wärmeleitung einer Wand mit Oberfläche F



$$R = \delta/(\lambda \cdot F)$$

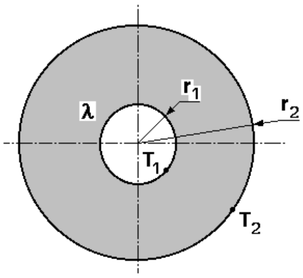
3. n -seitige regelmäßige Polygonsäule mit Bohrung und Länge l |



$$R = \frac{\ln(r_2/r_1) - K}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot \lambda}, \text{falls } \frac{r_2}{r_1} > 10$$

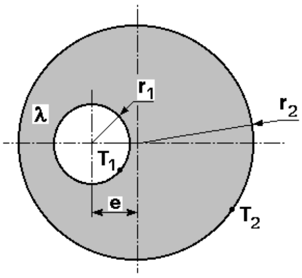
n	K	n	K
3	0.5696	8	0.0570
4	0.2708	9	0.0442
5	0.1607	10	0.0354
6	0.1067	∞	0.0
7	0.0706		

4. Rohr mit Länge l



$$R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot \lambda}$$

5. Zylinder mit exzentrischer Bohrung und Länge l

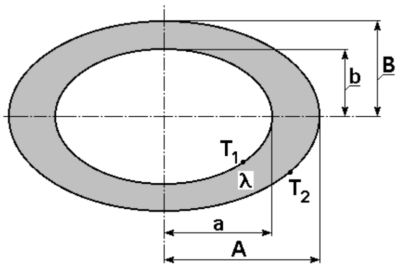


$$R = \frac{\operatorname{arch}(x/y)}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot \lambda},$$

$$x = r_1^2 + r_2^2 - e^2,$$

$$y = 2 \cdot r_1 \cdot r_2$$

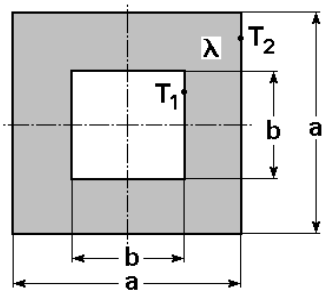
6. Elliptisches Rohr mit Länge l



$$R = \frac{\ln((A+B)/(a+b))}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot \lambda},$$

ha $A^2 - B^2 = a^2 - b^2$

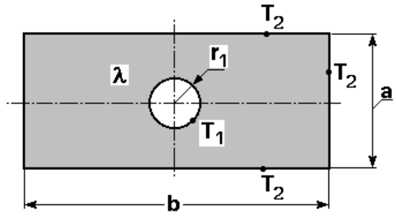
7. Quadratische Spalte mit quadratischer Bohrung und Länge l



$$R = \frac{0.93 \cdot \ln(a/b) - 0.0502}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot \lambda}$$
$$(a/b > 1.414)$$

$$R = \frac{0.785 \cdot \ln(a/b)}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot \lambda}$$
$$(a/b < 1.414)$$

8. Rechteckförmige Spalte mit Bohrung und Länge l

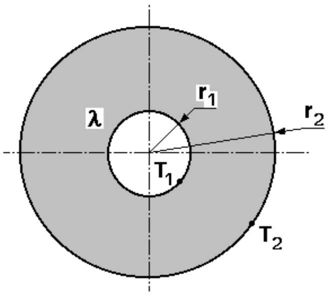


$$R = \frac{\ln((2 \cdot a)/(\pi \cdot r_1)) - K}{2 \cdot l \cdot \pi \cdot \lambda},$$

falls $a/r_1 > 10$

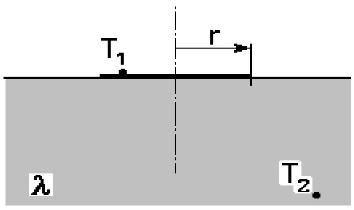
b/a	K	b/a	K
1.00	0.1658	2.25	0.0034
1.25	0.0793	2.50	0.0016
1.50	0.0356	3.00	0.0003
1.75	0.0163	∞	0.0
2.00	0.0075		

9. Kugelschale



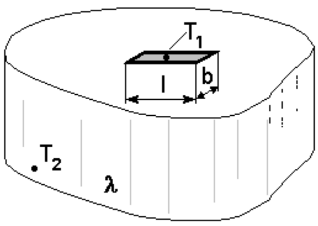
$$R = \frac{(1/r_1) - (1/r_2)}{4 \cdot \pi \cdot \lambda}$$

10. Isothermische Kreisplatte auf der Erdoberfläche



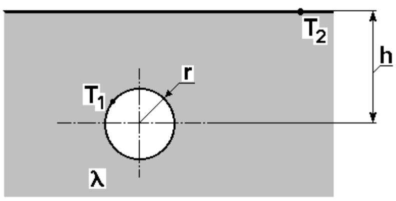
$$R = 1/(4 \cdot r \cdot \lambda)$$

11. Isothermisches Rechteck auf der Erdoberfläche



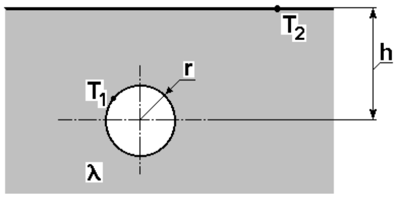
$$R = \frac{\ln((4 \cdot l)/b)}{l \cdot \pi \cdot \lambda}, \quad l >> b$$

12. Zylinder mit Länge l in die Erde eingebettet



$$R = \frac{\operatorname{arch}(h/r)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l}, \; l >> r,$$

13. Kugel in der Erde



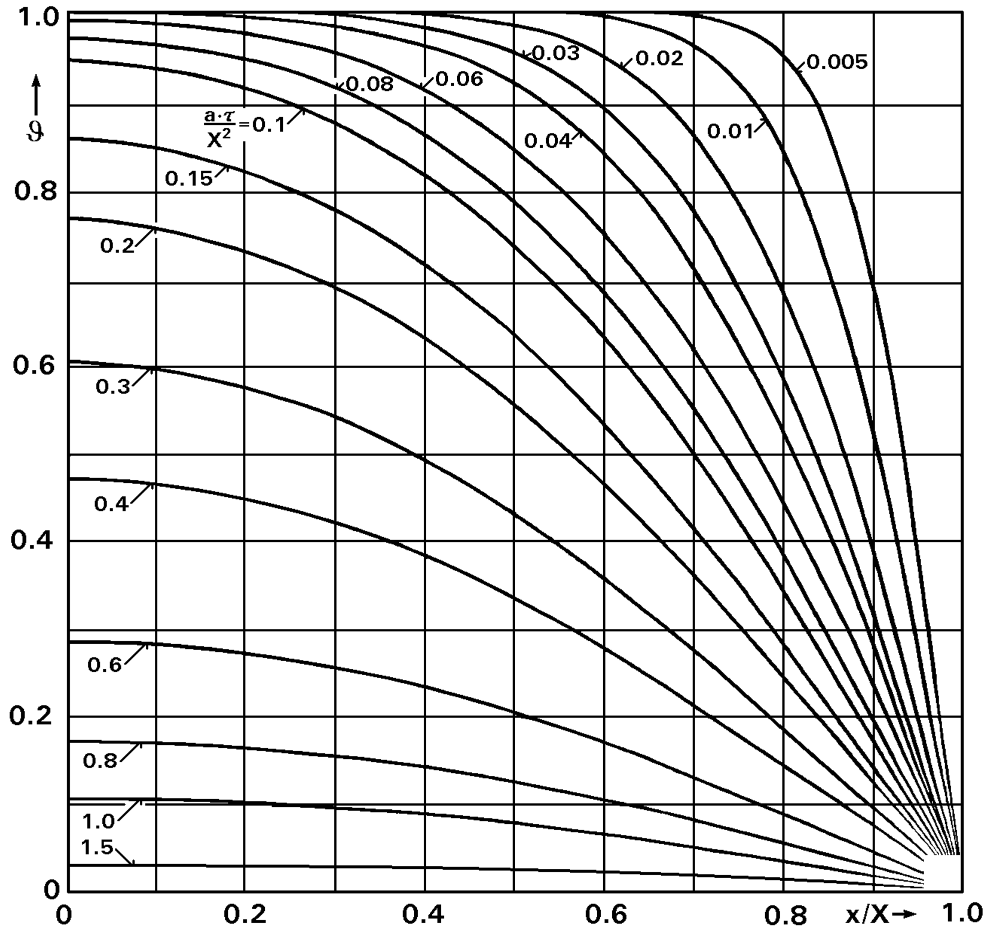
$$R = \frac{1 \pm (r/(2 \cdot h))}{4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot r}, \quad h/r > 2$$

Instazionäre Wärmeleitung – Dimensionslose Temperaturen

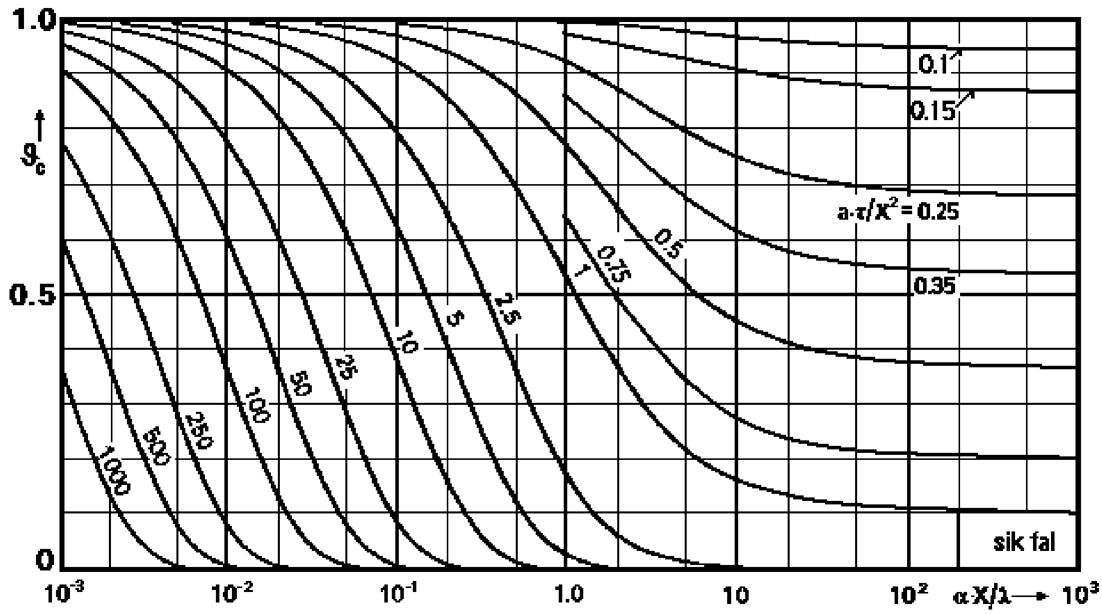
Dimensionslose Temperatur: $\vartheta = (T - T_\infty)/(T_0 - T_\infty)$

Die nächste Diagramme zeigen die dimensionslose Temperaturen

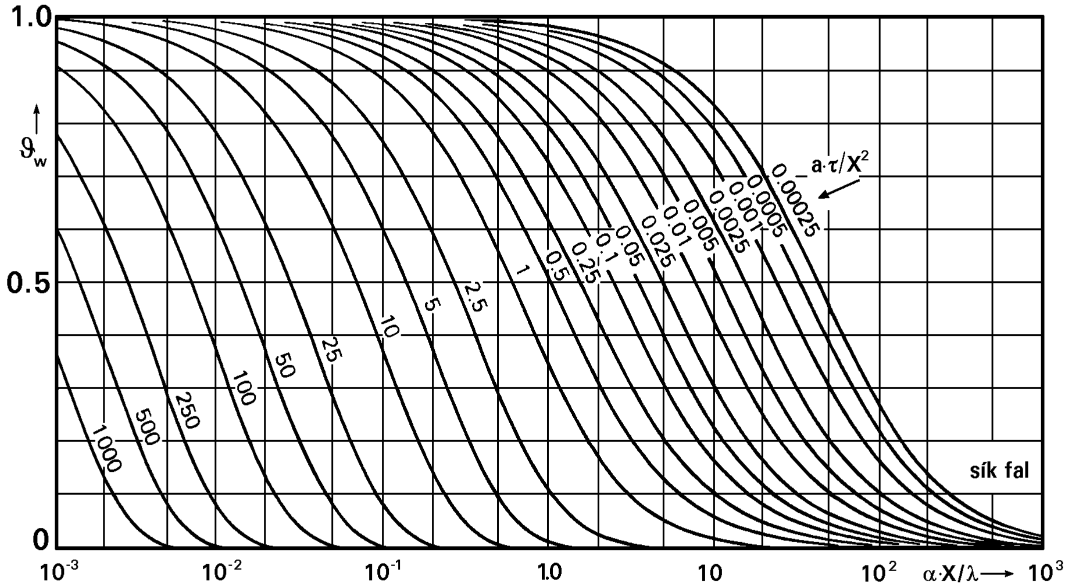
- ebener Wand mit unendlich größer Fläche und Dicke $2 \cdot X$,
- Zylinder mit unendlicher Länge und Durchmesser $2 \cdot X$,
- Kugel mit Durchmesser $2 \cdot X$.



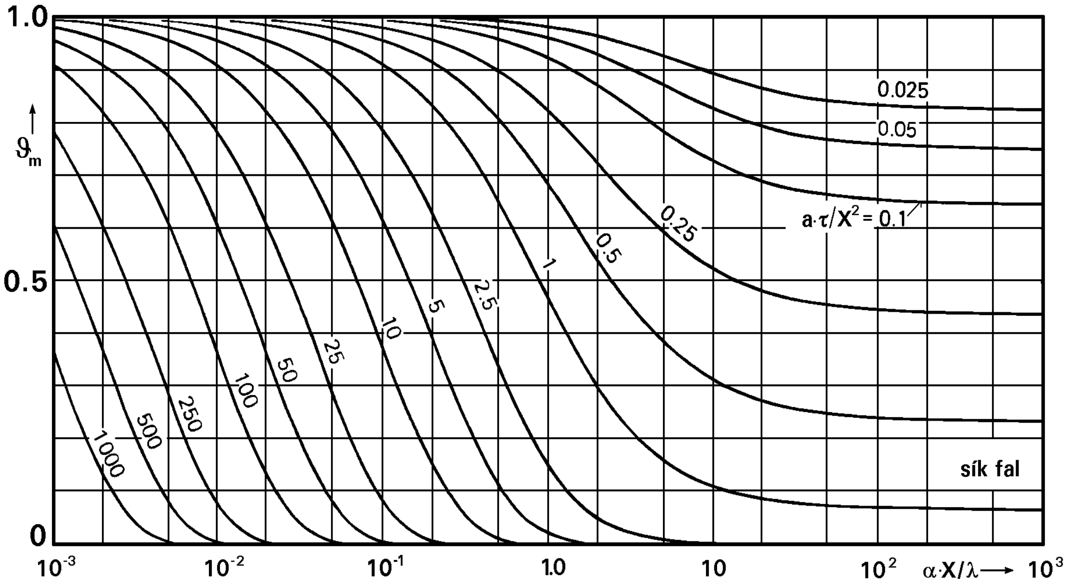
Temperaturverteilung in ebener Wand mit Randbedingung erster Art.



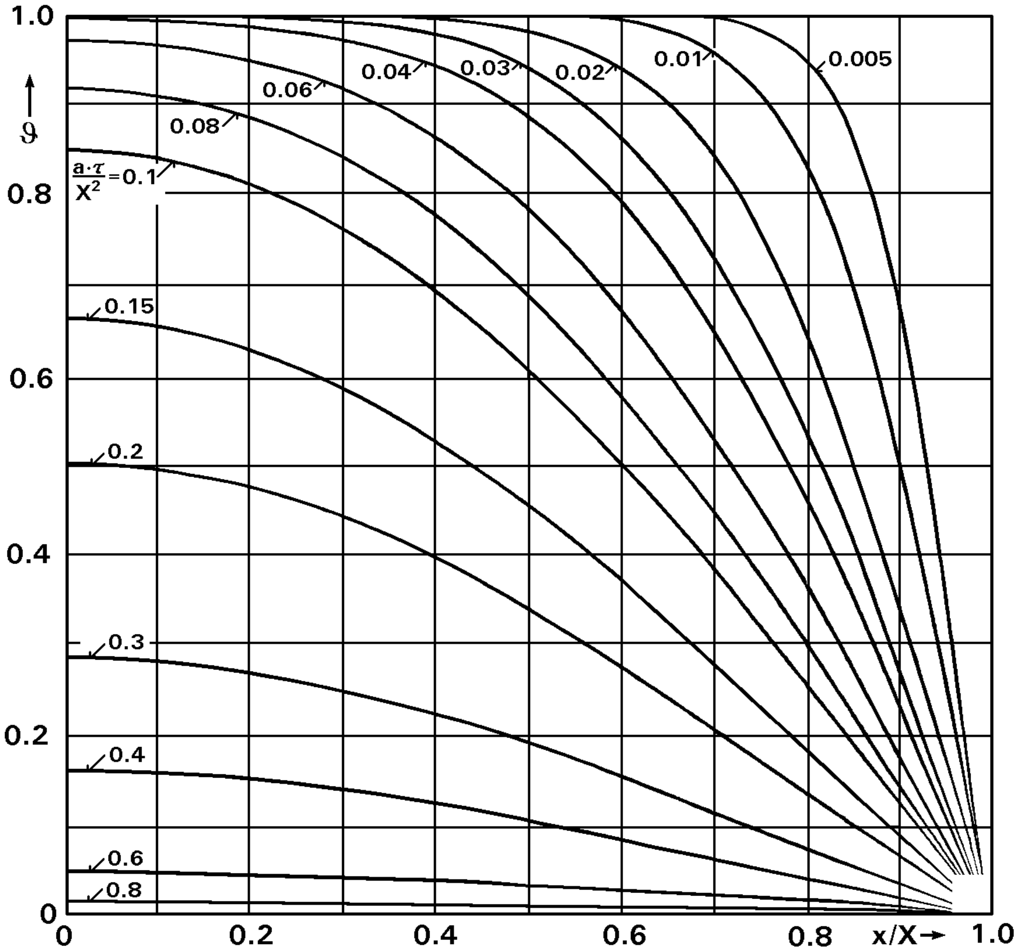
Temperatur der Mittelebene ebener Wand mit Randbedingung dritter Art.



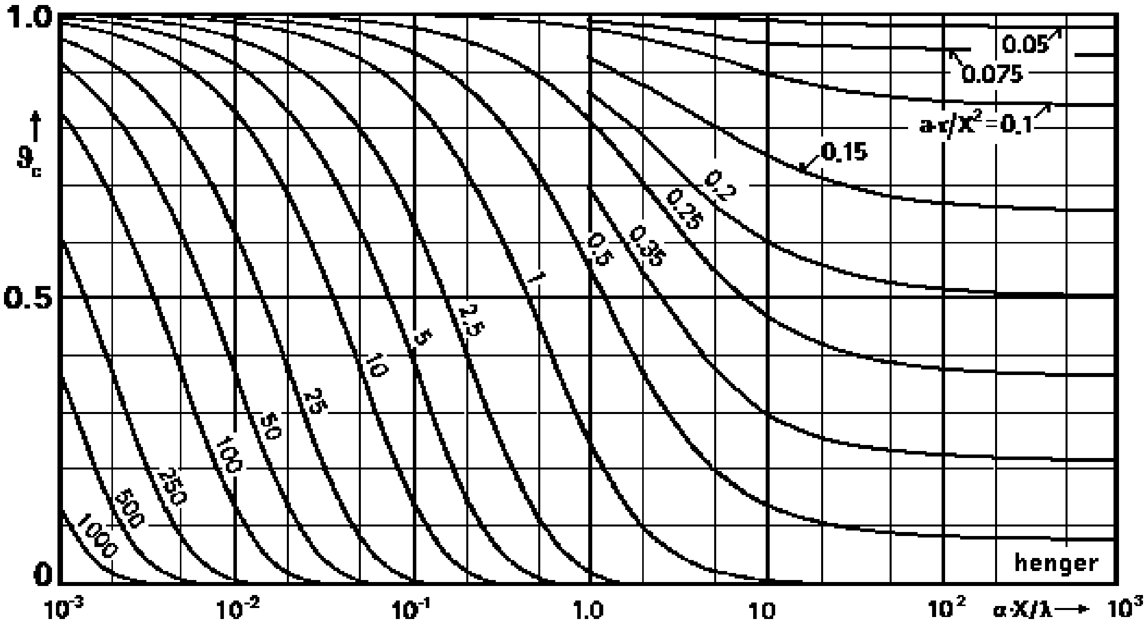
Oberflächentemperatur ebener Wand mit Randbedingung dritter Art.



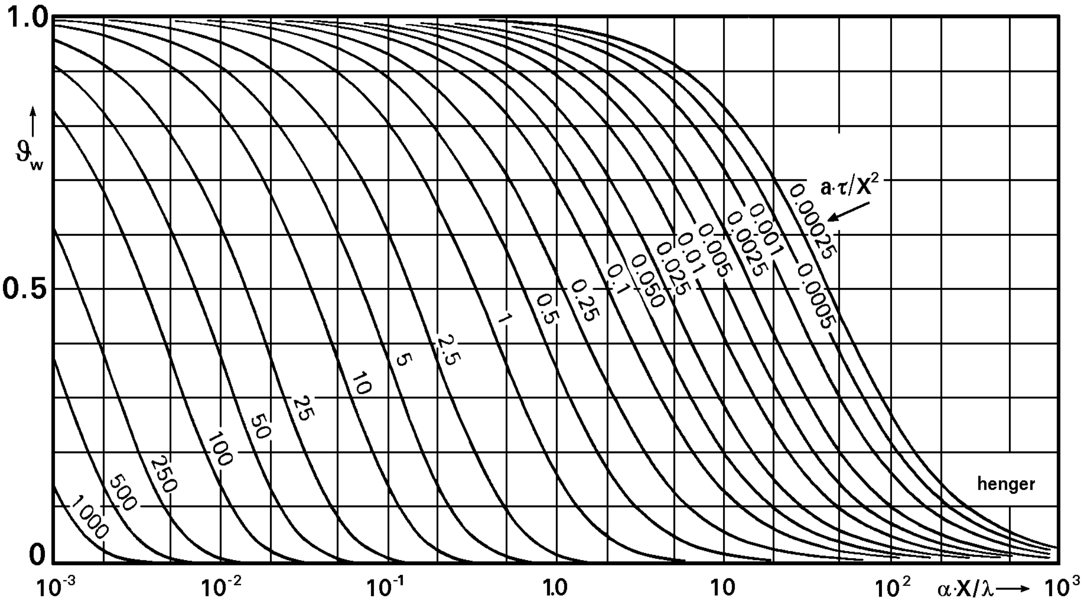
Durchschnittstemperatur ebener Wand mit Randbedingung dritter Art.



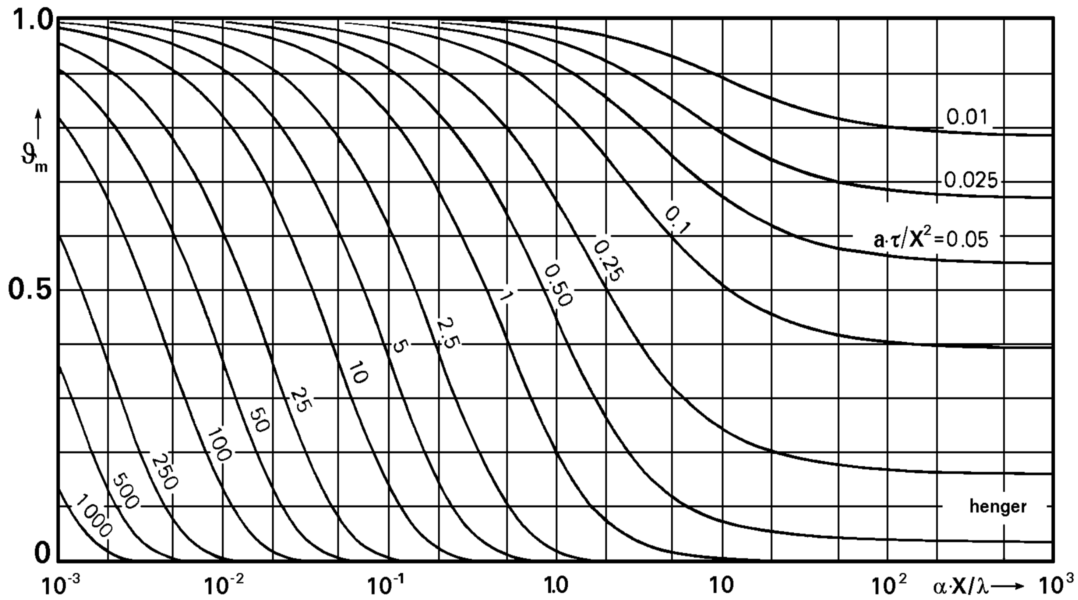
Temperaturverteilung in Zylinder mit Randbegingung erster Art.



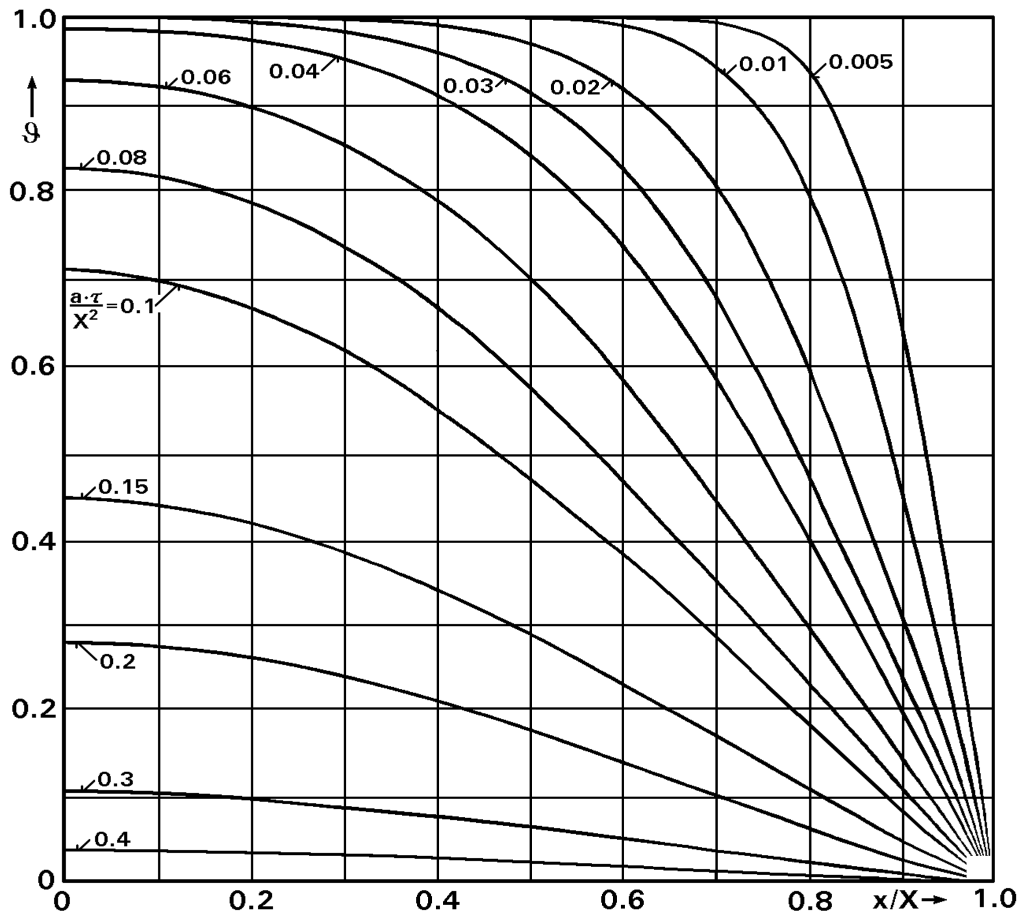
Temperatur der Symmetrieachse des Zylinders mit Randbedingung dritter Art.



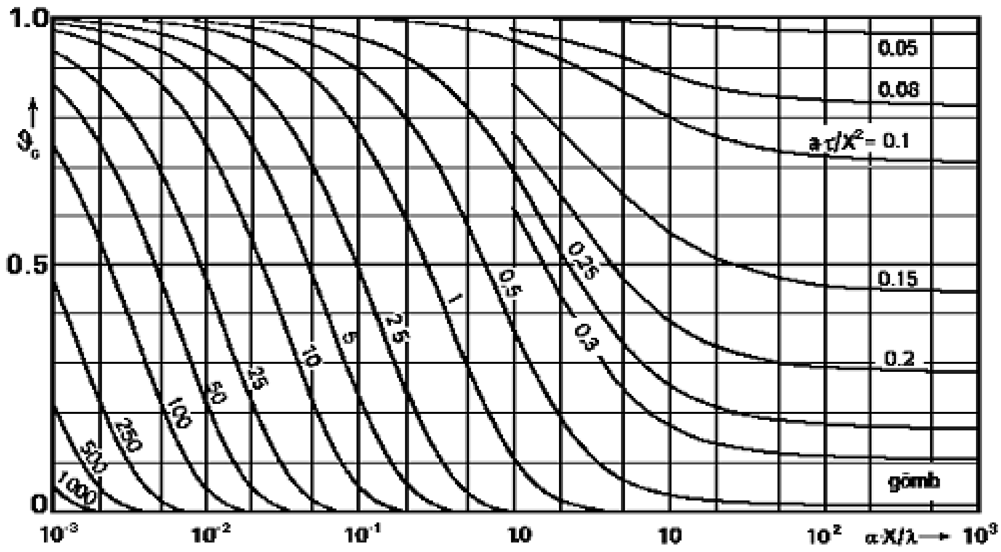
Oberflächentemperatur des Zylinders mit Randbedingung dritter Art.



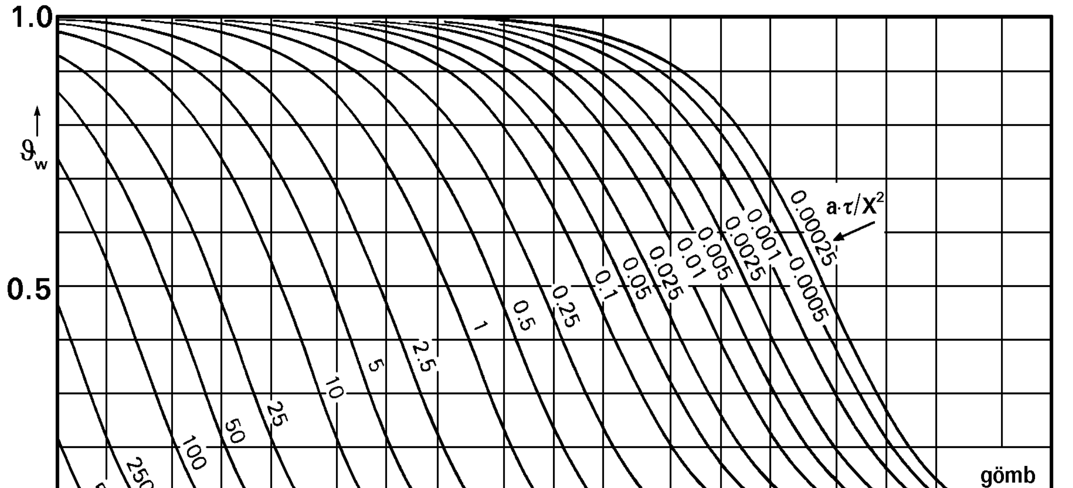
Durchschnittstemperatur des Zylinders mit Randbedingung dritter Art.



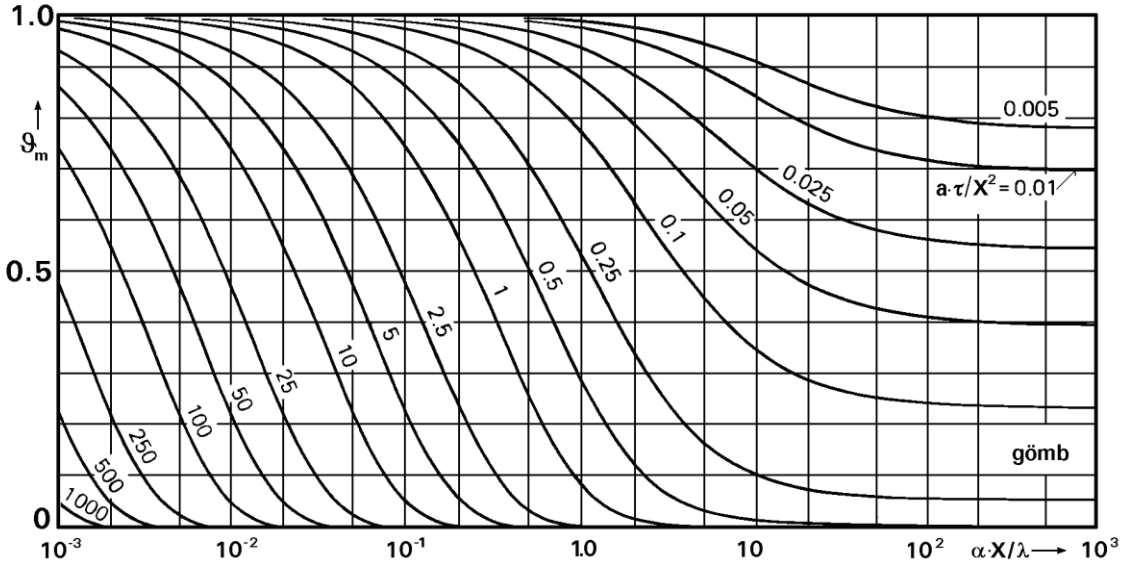
Temperaturverteilung in Kugel mit Randbegingung erster Art.



Temperatur des Mittelpunktes der Kugel mit Randbedingung dritter Art.



Oberflächentemperatur der Kugel mit Randbedingung dritter Art.



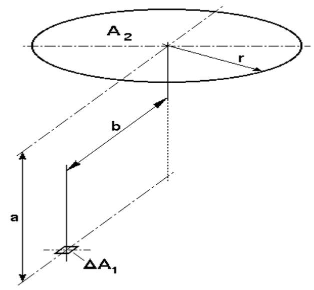
Durchschnittstemperatur der Kugel mit Randbedingung dritter Art.

Strahlungszahlen – Sichtfaktoren

1. Ein Flächenelement und eine Kreisplatte in paralelen Ebenen:

$$\varphi_{1,2} = 0.5 \cdot \left[1 - \frac{1 + B^2 - R^2}{\sqrt{B^4 + 2 \cdot B^2 \cdot \left(1 - R^2\right) + \left(1 + R^2\right)^2}} \right]$$

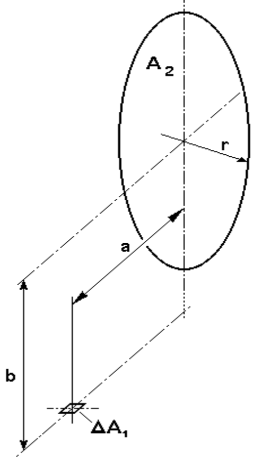
$B = b/a$, $R = r/a$



2. Ein Flächenelement und eine Kreisplatte in senkrechten Ebenen:

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{2 \cdot B} \cdot \left[\frac{1 + B^2 + R^2}{\sqrt{B^4 + 2 \cdot B^2 \cdot \left(1 - R^2\right) + \left(1 + R^2\right)^2}} - 1 \right]$$

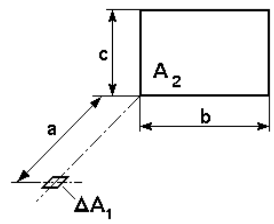
$B = b/a$, $R = r/a$, $b \geq r$



3. Ein Flächenelement und ein Rechteck auf senkrechten Ebenen. Das Flächenelement fügt sich zu der Flächennormale eines Scheitels des Rechtecks:

$$\varphi_{1,2} = \left[\mathrm{Arctg}\, B - Z^{-1} \cdot \mathrm{Arctg}\left(B/Z\right) \right] / \left(2 \cdot \pi\right)$$

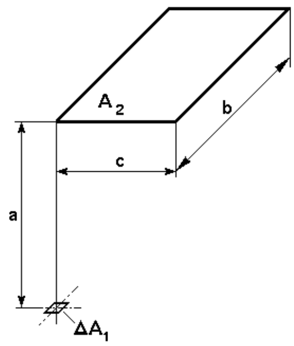
$B = b/a$, $C = c/a$, $Z = \sqrt{1 + C^2}$



4. Ein Flächenelement und ein Rechteck auf parallelen Ebenen. Das Flächenelement fügt sich zu der Flächennormale eines Scheitels des Rechtecks:

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{B}{\sqrt{X}} \cdot \mathrm{Arctg} \frac{C}{\sqrt{X}} + \frac{C}{\sqrt{Y}} \cdot \mathrm{Arctg} \frac{B}{\sqrt{Y}} \right]$$

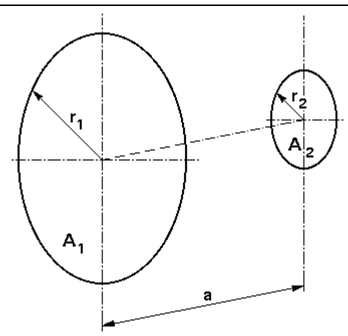
$B = b/a$, $C = c/a$, $X = 1 + B^2$, $Y = 1 + C^2$

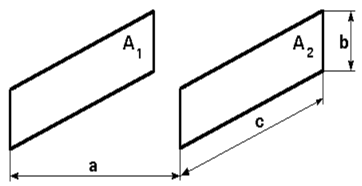
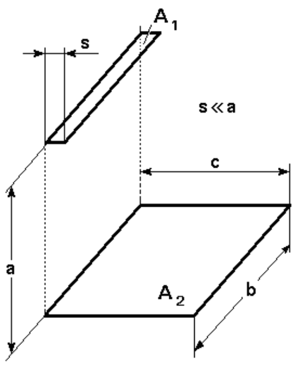
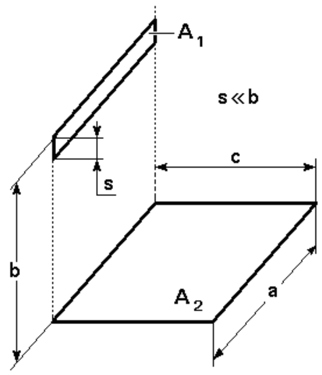
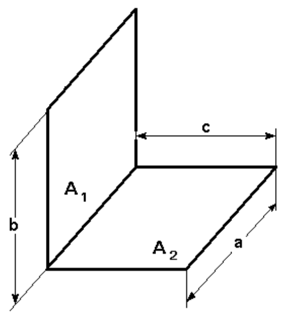
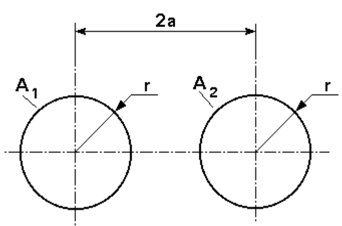


5. Zwei Kreisplatten in paralelen Ebenen. Die Flächennormalen der Mittelpunkte der Kreisplatten überlappen:

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{2 \cdot R_1^2} \cdot \left[1 + R_1^2 + R_2^2 - \sqrt{\left(1 + R_1^2 + R_2^2\right)^2 - 4 \cdot R_1^2 \cdot R_2^2} \right]$$

$R_1 = r_1/a$, $R_2 = r_2/a$



6. Zwei kongruente Rechtecke, die in der normalen Richtung gefaltet werden können: $\varphi_{1,2}=\frac{1}{\pi}\cdot\left\{\frac{1}{B\cdot C}\cdot\ln\frac{X\cdot Y}{X+C^2}-\frac{2}{B}\cdot\mathrm{Arctg}C-\frac{2}{C}\cdot\mathrm{Arctg}B+\frac{2}{B}\cdot\sqrt{X}\cdot\mathrm{Arctg}\frac{C}{\sqrt{X}}+\frac{2}{C}\cdot\sqrt{Y}\cdot\mathrm{Arctg}\frac{B}{\sqrt{Y}}\right\}$ $B=b/a,\ C=c/a,\ X=1+B^2,\ Y=1+C^2$	
7. Ein Rechteck mit elementarer Breite und Oberfläche A_1 hat die gleiche Länge b wie der Rechteck mit endlicher Breite und Oberfläche A_2. Das Rechteck mit Oberfläche A_1 ist mit einer Verschiebung in die Normalrichtung an die Kante des Rechtecks mit Oberfläche A_2 anpassbar: $\varphi_{1,2}=\frac{1}{\pi}\cdot\left[\frac{C}{\sqrt{Y}}\cdot\mathrm{Arctg}\frac{B}{\sqrt{Y}}+\frac{\sqrt{X}}{B}\cdot\mathrm{Arctg}\frac{C}{\sqrt{X}}-\frac{1}{B}\cdot\mathrm{Arctg}C\right]$ $B=b/a,\ C=c/a,\ X=1+B^2,\ Y=1+C^2$	
8. Ein Rechteck mit elementarer Breite und Oberfläche A_1 hat die gleiche Länge a wie der Rechteck mit endlicher Breite und Oberfläche A_2. Das Rechteck mit Oberfläche A_1 ist in seiner eigener Ebene mit einer parallelen Verschiebung in die Normalrichtung des Rechtecks mit Oberfläche A_2 an die Kante des Rechtecks mit Oberfläche A_2 anpassbar: $\varphi_{1,2}=\frac{1}{\pi}\cdot\left[\mathrm{Arctg}\frac{1}{B}-\frac{B}{\sqrt{B^2+C^2}}\cdot\mathrm{Arctg}\frac{1}{\sqrt{B^2+C^2}}-\frac{B}{2}\cdot\ln\frac{\left(B^2+C^2\right)\cdot\left(1+B^2\right)}{\left(1+B^2+C^2\right)\cdot B^2}\right],\quad B=\frac{b}{a},\ B=\frac{b}{a},\ s<<b$	
9. Zwei zueinander ortogonale Rechtecke, von denen eine Seite zusammenfällt: $\varphi_{1,2}=\frac{1}{\pi\cdot B}\cdot\left\{B\cdot\mathrm{Arctg}\frac{1}{B}+C\cdot\mathrm{Arctg}\frac{1}{C}-X\cdot\mathrm{Arctg}\frac{1}{X}+\frac{1}{4}\cdot\left[B^2\cdot\ln\frac{\left(1+X^2\right)\cdot B^2}{\left(1+B^2\right)\cdot X^2}+C^2\cdot\ln\frac{\left(1+X^2\right)\cdot C^2}{\left(1+C^2\right)\cdot X^2}-\ln\frac{1+X^2}{\left(1+C^2\right)\cdot\left(1+B^2\right)}\right]\right\}$ $B=b/a,\ C=c/a,\ X^2=B^2+C^2$	
10. Zwei unendlich lange Zylinderflächen mit parallelen Achsen: $\varphi_{1,2}=\frac{2}{\pi}\cdot\left(\sqrt{A^2-1}-A+\frac{\pi}{2}-\mathrm{Arccos}\frac{1}{A}\right)\qquad A=a/r$	

11. Ein unendlich langer Zylinder und ein unendlich langer Rechteck parallel dazu: $\varphi_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{B-A} \cdot \left(\text{Arctg} \frac{B}{C} - \text{Arctg} \frac{A}{C} \right)$ $A = a/r,\ B = b/r,\ C = c/r$